# PEWARNAAN TOTAL R-DINAMIS DENGAN TEKNIK FUNGSI PEWARNAAN BERPOLA PADA HASIL OPERASI *COMB* SISI DARI GRAF *CYCLE* SERTA KAITANNYA DALAM KETERAMPILAN BERPIKIR TINGKAT TINGGI

## Putu Liana Wardani<sup>1</sup>, Dafik<sup>2</sup>, Susi Setiawani<sup>3</sup>

**Abstract.** If G = (E, V) is a simple graph, connective and undirected graph that has a set of vertex (V), set the edge (E), d(v) is the degree of a  $v \in V(G)$  and d(u) is the degree of an edge  $u \in E(G)$ . The number of maximum and minimum degree of the graph G is denoted respectively by  $\Delta(G)$  dan  $\delta(G)$ . Proper k-coloring graph G is  $c : V(G) \cup E(G)$  to a colored set which have to fulfill the conditions of : [1.] for each  $v \in V(G)$ ,  $|c(N(v))| \ge \min[r,d(v)+|N(v)|]$  dan [2.] for each  $e = uv \in E(G)$ ,  $|c(N(e))| \ge \min[r,d(v)+d(u)]$ . R-dynamic color number of a graph G is denoted  $\chi_r(G)$  a minimum color of k in graph. This article discuss about total r-dynamic coloring of graph  $C_{3n} \trianglerighteq C_3$ . The result shows that the total r-dynamic coloring of the graph  $C_{3n} \trianglerighteq C_3$  for r = 1, 2, 3, ..., n.

Keywords: Total Coloring R-dynamic, Edge Comb Product, High Order Thinking Skill

#### **PENDAHULUAN**

Teori graf merupakan salah satu bagian dari matematika diskrit. Penerapan teori graf banyak digunakan dalam kehidupan sehari-hari membuat teori graf banyak diminati oleh peneliti. Adapun topik teori graf yang banyak dikaji antara lain pelabelan graf, *metric dimention, independent dominating set, power dominating set*, pewarnaan *r*-dinamis dan lain sebagainya.

Graf G adalah pasangan himpunan (V(G), E(G)) yang ditulis dengan notasi G = (V, E). V(G) merupakan himpunan tak berhingga tak kosong dari elemen yang disebut titik (vertex). E(G) sebuah himpunan yang mungkin kosong dari pasangan tak terurut {u,v} dari titik {u,v}  $\in$  V(G)} disebut sisi (edge). Sebuah graf tidak harus memiliki sebuah sisi namun minimal memiliki satu titik [5].

Warna yang digunakan pada titik pada sebuah graf dapat berupa himpunan huruf, misalnya  $\{a, b, c, ...v, w, ...\}$ , himpunan bilangan asli  $\{1, 2, 3, ..., \}$  atau himpunan gabungan antara huruf dan bilangan asli. Sisi yang menghubungkan titik u dan v dapat dinyatakan dengan pasangan (u,v) atau dinyatakan dengan lambang  $e_1,e_2,...$  [4].

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Mahasiswa S-1 Pendidikan Matematika FKIP Universitas Jember

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Dosen Pendidikan Matematika FKIP Universitas Jember

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Dosen Pendidikan Matematika FKIP Universitas Jember

Pada tahun 1976 *Kenneeth Appel* dan *Wolfgang Haken* menemukan penyelesaian masalah terkait dengan pewarnaan. Ada tiga jenis pewarnaan *r*-dinamis pada graf yaitu pewarnaan *r*-dinamis titik, pewarnaan *r*-dinamis sisi dan pewarnaan *r*-dinamis total. Pelabelan graf dengan memberikan warna pada elemen graf dikenal dengan pewarnaan graf. Terapan penting dari pewarnaan graf adalah mewarnai peta (*colouring of map*). Pewarnaan pada peta tersebut tidak sembarangan, jenis warna yang digunakan harus seminimal mungkin.

Jenis pewarnaan r-dinamis titik dan r-dinamis sisi sudah banyak dikembangkan oleh peneliti sedangkan pewarnaan r-dinamis total tergolong jenis pewarnaan yang baru. Pewarnaan total r-dinamis pada graf G merupakan pemberian warna pada titik dan sisi pada graf G dimana setiap dua titik yang bertetangga dan sisi yang menghubungkan dua titik tersebut memiliki warna yang berbeda. Pewarnaan total r-dinamis pada suatu graf G adalah pemetaan  $c: V(G) \cup E(G)$  ke himpunan warna sedemikian hingga memenuhi kondisi berikut : 1.) untuk setiap  $v \in V(G)$ ,  $|c(N(v))| \ge \min\{r, d(v) + |N(v)|\}$  dan 2.) untuk setiap  $e = uv \in E(G)$ ,  $|c(N(e))| \ge \min\{r, d(v) + d(u)\}$  [2].

Graf yang digunakan dalam penelitian ini adalah graf hasil operasi *comb* sisi antara graf *cycle*. Graf *comb* sisi didefinisikan dengan mengambil satu salinan graf *G* dan salinan graf *H* sebanyak jumlah sisi graf *G* kemudian melekatkan satu sisi r dari setiap salinan graf *H* ke setiap sisi graf *G* [1]. Penelitian ini akan menerapkan tahapantahapan yang ada pada taksonomi bloom hingga mencapai keterampilan berpikir tingkat tinggi. Keterampilan berpikir tingkat tinggi termasuk dalam ranah kognitif yang merupakan bagian dari taksonomi bloom revisi. Ranah kognitif terdiri dari enam tingkatan yaitu mengingat, memahami, menerapkan, menganalisis, mengevaluasi dan mencipta [3].

# **METODE PENELITIAN**

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah deskriptif aksiomatik. Metode deduktif aksiomatik merupakan metode penelitian yang menggunakan prinsip-prinsip pembuktian deduktif yang berlaku dalam logika matematika dengan menggunakan aksioma atau teorema yang telah ada untuk memecahkan suatu masalah. Penelitian ini terlebih dahulu menentukan objek penelitian berupa graf hasil operasi comb sisi dari graf cycle. Setelah itu peneliti menentukan kardinalitas dari graf tersebut

untuk kemudian akan ditentukan pewarnaan total r-dinamis dari graf tersebut. Tahapan selanjutnya adalah memeriksa keoptimalan bilangan kromatik, apabila sudah optimal dilanjutkan dengan menentukan fungsi, apabila belum optimal akan kembali ke tahap sebelumnya yaitu menerapkan pewarnaan r-dinamis total. Metode pendeteksian pola juga digunakan dalam penelitian ini. Pendeteksian pola digunakan untuk menentukan fungsi pola pewarnaan total r-dinamis pada graf tersebut. Tahap yang terakhir yaitu membuktikan kebenaran fungsi pola kromatik pewarnaan total r-dinamis dan menemukan teorema. Setiap proses dalam menemukan pewarnaan total r-dinamis akan dikaitan dengan setiap tahapan pada taksonomi bloom yang telah direvisi yaitu mengingat, memahami, menerapkan, menganalisis, mengevaluasi, dan menciptakan. Penelitian ini bertujuan untuk mencari kardinalitas, bilangan kromatik pada graf hasil operasi *comb* sisi dari graf *cycle* serta kaitan pewarnaan total r-dinamis dengan taksonomi bloom yang telah direvisi. Hasil penelitian ini berupa teorema baru mengenai bilangan kromatik dari pewarnaan total r-dinamis pada hasil operasi *comb* sisi dari graf *cycle*.

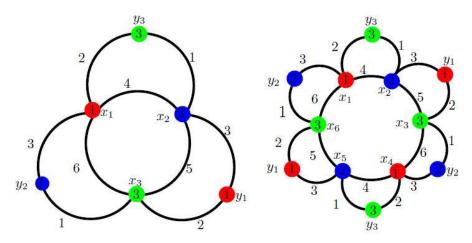
## **HASIL PENELITIAN**

Penelitian ini menghasilkan teorema baru terkait pewarnaan total r-dinamis dengan teknik fungsi pewaraan berpola pada graf hasil operasi *comb* sisi dari graf *cycle*. Penelitian ini diawali dengan menentukan kardinalitas pada graf hasil operasi *comb* sisi dari graf *cycle* dan menentukan pewarnaan total r-dinamis pada graf hasil operasi comb sis dari graf *cycle*, serta mengaitkan semua tahapan dengan keterampilan berpikir tingkat tinggi sesuai dengan taksonomi bloom yang telah direvisi. Berikut hasil penelitian beserta pembuktiannya:

**Teorema 1.** Misalkan G merupakan graf hasil operasi comb sisi antara  $(C_{3n})$ dan  $(C_3)$ dinotasikan  $(C_{3n}) \trianglerighteq (C_3)$ untuk  $n \ge 1$  maka pewarnaan total r-dinamis dari graf  $(C_{3n}) \trianglerighteq (C_3)$ sebagai berikut  $:\chi_r((C_{3n}) \trianglerighteq (C_3)):$ 

$$\chi_r''(C_{3n}) \trianglerighteq C_3 = \begin{cases} 6, untuk \ 1, 2 \\ 9, untuk \ r = 3 \\ 12, untuk \ 4 \le 6 \\ 15, untuk \ r \ge 7 \end{cases}$$

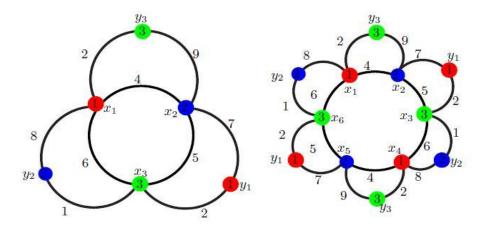
**Kasus 1.1.** Berdasarkan dugaan bahwa  $\Delta(G) + 1 \le \chi_r(G) \le \Delta(G) + 2$  sehingga  $\chi_{1,2}((C_{3n}) \ge (C_3)) \ge 6$  untuk  $n \ge 1$ . Diketahui bahwa  $A = \{1, 2, 3, ..., k\}$  merupakan himpunan warna sebanyak k warna sedangkan  $(c_1)$ merupakan fungsi pola pada pewarnaan total r-dinamis pada graf yang  $(C_{3n}) \ge (C_3)$ memetakan setiap sisi dan titik ke himpunan A sedemikian hingga  $c: (V(G) \cup E(G)) \to A$ . Pewarnaan total 1-dinamis dan 2-dinamis dapat dilihat pada Gambar 1.



Gambar 1. Pewarnaan Total 1-dinamis dan 2-dinamis pada graf  $C_{3n} \trianglerighteq C_3$ 

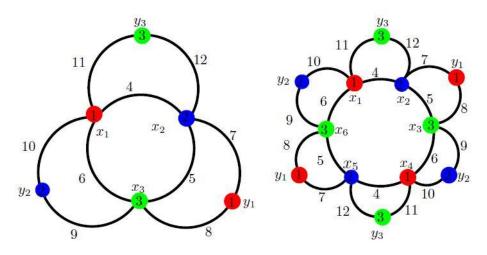
Berdasar Gambar 1 pewarnaan total 1-dinamis dan 2-dinamis bilangan kromatik graf  $(C_{3n}) \trianglerighteq (C_3)$ adalah $\chi_{1,2}((C_{3n}) \trianglerighteq (C_3)) \ge 6$  dan  $\chi_{1,2}((C_{3n}) \trianglerighteq (C_3)) \le 6$  maka  $\chi_{1,2}((C_{3n}) \trianglerighteq (C_3)) = 6$  untuk  $n \ge 1$ .

*Kasus 2.* Berikut ini bukti bahwa  $\chi_3((C_{3n}) \trianglerighteq (C_3)) \trianglerighteq 9$  dan  $\chi_3((C_{3n}) \trianglerighteq (C_3)) \trianglerighteq 9$  untuk  $n \trianglerighteq 1$  melalui fungsi pola pewarnaan  $(c_2)$ . Diketahui bahwa  $A = \{1, 2, 3, ..., k\}$  merupakan himpunan warna sebanyak k warna sedangkan  $(c_2)$ merupakan fungsi pola pada pewarnaan total r-dinamis pada graf  $(C_{3n}) \trianglerighteq (C_3)$ yang memetakan setiap sisi dan titik ke himpunan A sedemikian hingga $c: (V(G) \cup E(G)) \to A$ . Berdasar Gambar 2 pewarnaan total 3-dinamis bilangan kromatik pada graf  $(C_{3n}) \trianglerighteq (C_3)$ adalah  $\chi_3((C_{3n}) \trianglerighteq (C_3)) \trianglerighteq 9$  dan  $\chi_3((C_{3n}) \trianglerighteq (C_3)) \trianglerighteq 9$  maka  $\chi_3((C_{3n}) \trianglerighteq (C_3)) \trianglerighteq 9$  untuk  $n \trianglerighteq 1$ .



Gambar 2. Pewarnaan 3-dinamis pada graf  $C_{3n} \trianglerighteq C_{3}$ 

*Kasus 3.* Berdasar Gambar 3 ini bukti bahwa  $\chi_{4,5,6}((C_{3n}) \trianglerighteq (C_3)) \le 12$  dan  $\chi_{4,5,6}((C_{3n}) \trianglerighteq (C_3)) \ge 12$  untuk  $n \ge 1$  melalui fungsi pola pewarnaan  $(c_3)$ . Diketahui bahwa  $A = \{1, 2, 3, ..., k\}$  merupakan himpunan warna sebanyak k warna sedangkan  $(c_3)$ merupakan fungsi pola pada pewarnaan total r-dinamis pada graf  $(C_{3n}) \trianglerighteq (C_3)$ yang memetakan setiap sisi dan titik ke himpunan A sedemikian hingga  $(c_3)$ : $(V(G) \cup E(G)) \rightarrow A$ .



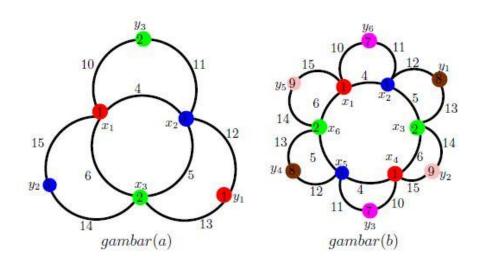
Gambar 3. Pewarnaan 4-dinamis, 5-dinamis dan 6-dinamis pada graf  $C_{3n} \trianglerighteq C_3$ 

Berdasar fungsi pola pewarnaan total 4,5,6-dinamis bilangan kromatik pada graf  $\chi_{4,5,6}((C_{3n}) \trianglerighteq (C_3))$ adalah  $\chi_{4,5,6}((C_{3n}) \trianglerighteq (C_3)) \trianglerighteq 12$  dan  $\chi_{4,5,6}((C_{3n}) \trianglerighteq (C_3)) \trianglerighteq 12$  maka  $\chi_{4,5,6}((C_{3n}) \trianglerighteq (C_3)) = 12$  untuk  $n \ge 1$ .

**Kasus 4.** Berikut ini bukti bahwa  $\chi_7((C_{3n}) \trianglerighteq (C_3)) \trianglerighteq 15$  dan  $\chi_7((C_{3n}) \trianglerighteq (C_3)) \trianglerighteq 15$  melalui fungsi pola pewarnaan  $(c_4)$ .Diketahui bahwa  $A = \{1, 2, 3, ..., k\}$  merupakan himpunan warna sebanyak k warna sedangkan  $(c_4)$ merupakan fungsi pola pada

pewarnaan total r-dinamis pada graf  $(C_{3n}) \trianglerighteq (C_3)$ yang memetakan setiap sisi dan titik ke himpunan A sedemikian hingga  $c: (V(G) \cup E(G)) \to A$ .

Berdasar Gambar 4 pewarnaan total  $r \ge 7$ -dinamis bilangan kromatik pada graf  $(C_{3n}) \trianglerighteq (C_3)$ adalah  $\chi_{r \ge 7}((C_{3n}) \trianglerighteq (C_3)) \trianglerighteq (C_3)) \trianglerighteq (15)$  maka  $\chi_{r \ge 7}((C_{3n}) \trianglerighteq (C_3)) \trianglerighteq (C_3)) \trianglerighteq (15)$  maka  $\chi_{r \ge 7}((C_{3n}) \trianglerighteq (C_3)) \trianglerighteq (C_3)) \trianglerighteq (15)$  maka  $\chi_{r \ge 7}((C_{3n}) \trianglerighteq (C_3)) \trianglerighteq (C_3)) \trianglerighteq (15)$  maka  $\chi_{r \ge 7}((C_{3n}) \trianglerighteq (C_3)) \trianglerighteq (C_3)$  mutuk  $n \ge 1$ , jika ditinjau dari pewarnaan total r-dinamis pada graf  $(C_{3n}) \trianglerighteq (C_3)$  milai dari min  $\{r, \max\{d(v) + |N(v)|\}\} = \max\{d(x_i) + |N(x_i)|\} = 6$  sedangkan jika ditinjau dari pewarnaan sisi pada graf  $(C_{3n}) \trianglerighteq (C_3)$  milai dari min  $\{r, \max\{d(u) + d(v)\}\} = \max\{d(u) + d(v)\} = 9$ . Hal tersebut mengakibatkan  $\chi_{r \ge 7}((C_{3n}) \trianglerighteq (C_3)) \trianglerighteq (C_3)) \trianglerighteq (C_3)$  Berdasarkan uraian pada kasus 1.-.4 maka teorema tsb terbukti.



Gambar 4. Pewarnaan Total  $r \ge 7$ -dinamis pada graf  $C_{3n} \ge C_3$ Adapun fungsi pewarnaan berpola pada graf  $(C_{3n}) \ge (C_3)$  sebagai berikut :

$$c_8(x_i) = 123 123 \dots 123 ; 1 \le i \le n$$

$$c_8(y_j) = 7 10 11 \dots 7 10 11 ; 1 \le j \le m$$

$$c_8(z_k) = 17 20 23 \dots 17 20 23 ; 1 \le k \le p$$

$$c_8(x_i x_{i+1}) = 456 456 \dots 456 ; 1 \le i \le n - 1$$

$$c_8(x_1 x_n) = 6 6 6 \dots 6 ; 1 \le i \le n$$

$$c_8(x_i y_j) = 8 11 14 \dots 8 11 14 ; 1 \le i \le n ; 1 \le j \le m$$

$$c_8(x_{i+1}y_j) = 9 \ 12 \ 15 \ \dots 9 \ 12 \ 15 \ ; \ 1 \le i \le n-1 \ ; \ 1 \le j \le m$$

$$c_8(x_iz_k) = 16 \ 19 \ 22 \ \dots 16 \ 19 \ 22 \ ; \ 1 \le i \le n \ ; \ 1 \le k \le p$$

$$c_8(x_{i+1}z_k) = 18 \ 21 \ 24 \ \dots 18 \ 21 \ 24 \ ; \ 1 \le i \le n-1 \ ; \ 1 \le k \le p$$

$$c_8(x_1y_m) = 15 \ 15 \ 15 \ 15 \ 15 \ 15 \ \dots 15 \ ; \ 1 \le i \le n; \ 1 \le j \le m$$

$$c_8(x_1z_p) = 24 \ 24 \ 24 \ 24 \ 24 \ 24 \ \dots 24 \ ; \ 1 \le i \le n; \ 1 \le k \le p$$

$$c_8(y_jz_k) = 25 \ 26 \ 27 \ \dots 25 \ 26 \ 27 \ ; \ 1 \le j \le m; \ 1 \le k \le p$$

Adapun tabel *checklist* untuk pewarnaan Total  $r \ge 7$ -dinamis pada graf  $C_{3n} \trianglerighteq C_3$ :

i	$c(v_i)$	$ c(N(v_i)) $	r	d(v)+	$\min\{r, d(v) +$	$ c(N(v_i))  \ge$
				$ (N(v_i)) $	$ (N(v_i)) $	$\min\{r, d(v) +  (N(v_i)) \}$
1	1	8	7,8,9,	8	7,8,8,	YA,YA,YA,
2	2	8	7,8,9,	8	7,8,8,	YA,YA,YA,
3	3	8	7,8,9,	8	7,8,8,	YA,YA,YA,
4	4	8	7,8,9,	8	7,8,8,	YA,YA,YA,
5	5	8	7,8,9,	8	7,8,8,	YA,YA,YA,
6	6	8	7,8,9,	8	7,8,8,	YA,YA,YA,
7	10	6	7,8,9,	6	6,6,6,	YA,YA,YA,
8	7	4	7,8,9,	4	4,4,4,	YA,YA,YA,
9	11	6	7,8,9,	6	6,6,6,	YA,YA,YA,
10	12	6	7,8,9,	6	6,6,6,	YA,YA,YA,
11	8	4	7,8,9,	4	4,4,4,	YA,YA,YA,
12	13	6	7,8,9,	6	6,6,6,	YA,YA,YA,
13	14	6	7,8,9,	6	6,6,6,	YA,YA,YA,
14	9	4	7,8,9,	4	4,4,4,	YA,YA,YA,
15	15	6	7,8,9,	6	6,6,6,	YA,YA,YA,

Tabel 1. Checklist Pewarnaan Total  $r \ge 7$ -dinamis pada graf  $C_{3n} \trianglerighteq C_3$ 

Keterkaitan proses menemukan fungsi pewarnaan berpola pada pewarnaan total r-dinamis pada graf operasi *comb* sisi dalam mengasah keterampilan berpikir tingkat tinggi yaitu tahap pertama yaitu menentukan graf hasil operasi *comb* sisi yaitu graf . Pada tahap awal peneliti menetapkan graf khusus yang akan dioperasikan. Hubungan antara tahap mengingat dengan pewarnaan *r*-dinamis adalah mengingat kembali dasardasar pada sebuah graf dan mengenali graf yang akan dibangun. Graf khusus yang akan dioperasikan merupakan graf sederhana, graf berhingga, graf terhubungan dan graf yang tidak memiliki orientasi arah. Graf *cycle* yang digunakan pada penelitian ini merupakan

graf *cycle* dengan 3n buah titik dinotasikan graf  $C_{3n}$ dengan  $n \ge 1$ . Graf *cycle* merupakan graf sederhana yang setiap titiknya berderajat dua.

Tahap kedua yaitu memahami. Hubungan antara tahapan memahami dengan pewarnaan total r-dinamis adalah memahami kesesuaian graf dengan definisi dari graf tersebut untuk kemudian menentukan operasi graf yang akan digunakan. Berdasarkan definisi operasi comb sisi yang dinotasikan dengan  $(G) \trianglerighteq (H)$ diperoleh dari graf G yang pada penelitian ini merupakan graf  $C_{3n}$ dan graf G yang pada penelitian ini merupakan graf G dan salinan graf G dan salinan graf G sebanyak sisi pada graf G kemudian satu sisi G dan salinan graf G sesuai dengan uraian tersebut maka G G G G G G selicity G selicity

Tahapan berikutnya pada taksonomi bloom yang telah direvisi adalah tahap menerapkan. Hubungan tahapan ini pada pewarnaan total r-dinamis adalah menerapkan definisi serta teorema yang telah dibuktikan untuk kemudian diterapkan pada batas atas graf tersebut. Pada tahap menerapkan, peneliti menentukan batas atas nilai kromatik pewarnaan total r-dinamis sesuai dengan *k*-warna yang minimal agar memenuhi definisi pewarnaan total *r*-dinamis. Kemudian jika telah mengetahui batas atas dari nilai kromatik dan nilai kromatik telah optimum maka selanjutnya menerapkan pewarnaan total r-dinamis pada graf hasil operasi. Setelah menerapkan pewarnaan total r-dinamis maka dilakukan uji nilai kromatik melalui tabel pewarnaan total r-dinamis.

Tahap keempat adalah menganalisis, hubungan tahap menganalisis pada taksonomi bloom yang telah direvisi dengan pewarnaan r-dinamis total adalah menentukan pewarnaan total r-dinamis pada graf  $(C_{3n}) \trianglerighteq (C_3)$ untuk kemudian dianalisis keoptimalan bilangan kromatiknya. Pada umumnya jumlah r-dinamis pada pewarnaan total dinamis berlaku  $\Delta(G) + 1 \le \chi_r(G) \le \Delta(G) + 2$  sehingga sebagai contoh pewarnaan total r-dinamis pada graf  $(C_{3n}) \trianglerighteq (C_3)$ bilangan kromatik r-dinamis adalah  $\chi_{1,2}((C_{3n}) \trianglerighteq (C_3)) = 6$ ,  $\chi_3((C_{3n}) \trianglerighteq (C_3)) = 9$ ,  $\chi_{4,5,6}((C_{3n}) \trianglerighteq (C_3)) = 12$  dan  $\chi_7((C_{3n}) \trianglerighteq (C_3)) = \chi_{r \trianglerighteq 7}((C_{3n}) \trianglerighteq (C_3)) = 15$ . Hal ini akan tetap berlaku walaupun graf tersebut diekspan sampai ke order 3n untuk  $n \ge 1$ .

Tahap selanjutnya yaitu tahap mengevaluasi. Hubungan tahap mengevaluasi dengan pewarnaan total *r*-dinamis adalah mengevaluasi fungsi pola pewarnaan total yang telah ditemukan pada tahapan sebelumnya dan menerapkan pola tersebut pada

setiap ekspannya. Pada tahap ini peneliti menentukan fungsi berpola pewarnaan total r-dinamis. Fungsi berpola pewarnaan total r-dinamis pada graf  $(C_{3n}) \trianglerighteq (C_3)$ ditentukan berdasarkan pewarnaan total dan pola nilai kromatiknya.

Tahapan terakhir pada taksonomi bloom yang telah direvisi yaitu mencipta. Hubungan tahap ini dengan pewarnaan total *r*-dinamis yaitu memformulasikan rumus yang telah diperoleh menjadi lemma dan teorema baru. Merumuskan lemma dan teorema baru yang dimaksud adalah bagaimana fungsi yang ditemukan setelah proses pada tahapan sebelumnya yaitu menentukan batas atas bilangan kromatik, mewarnai titik dan sisi secara bersamaan, memeriksa nilai kromatik melalui tabel, mendeteksi pola pewarnaan untuk kemudian dibentuk menjadi fungsi pola pewarnaan total *r*-dinamis.

#### **KESIMPULAN DAN SARAN**

Kardinalitas dari graf  $(C_{3n}) \trianglerighteq (C_3)$ adalah  $V | (C_{3n} \trianglerighteq C_3)| = 6n$  dan  $E | (C_{3n} \trianglerighteq C_3)| = 9n$  untuk n = 1. Pewarnaan total r-dinamis pada graf hasil operasi comb sisi dalam penelitian ini adalah  $\chi_{r \trianglerighteq 7}((C_{3n}) \trianglerighteq (C_3)) = 15$ . Kaitan antara keterampilan berpikir tingkat tinggi dalam menentukan pewarnaan total r-dinamis pada graf hasil operasi comb sisi yaitu mengingat kembali dasar-dasar pada sebuah graf dan mengenali graf yang akan dibangun, memahami kesesuaian graf dengan definisi dari graf tersebut untuk kemudian menentukan operasi yang akan digunakan, menerapkan definisi serta teorema yang telah dibuktikan untuk kemudian diterapkan pada batas atas graf tersebut, menganalisis keterkaitan antara proses menemukan fungsi pola pewarnaan total r-dinamis, mengevaluasi fungsi pola pewarnaan total r-dinamis yang telah ditemukan pada tahapan sebelumnya dan memformulasikan rumus yang telah diperoleh menjadi lemma dan teorema baru.

Berdasarkan hasil penelitian yang telah ditemukan mengenai pewarnaan total *r*-dinamis, penulis menyarankan peneliti lain untuk mengembangkan penelitian ini atau melakukan penelitian serupa dengan hasil operasi *comb* sisi dari graf khusus lainnya.

#### DAFTAR PUSTAKA

[1] Dafik, I. H. Agustin, Eka, dan A. I. Nurvitaningrum. 2016. *On H – antimagicness of the comb product graph with subgraph as a terminal of its amalgamation*. Working paper, CGANT.

- [2] Kowalik, L., Sereni, J., dan Skrekovski,R. 2008. *Dynamic Coloring of Graphs*. Morgantown: West Virginia University.
- [3] Madya, W. 2008. *Taksonomi Bloom: Apa dan Bagaimana Cara Menggunakannya*. Pusdiklat KNPK.
- [4] Munir, R. 2012. Matematika Diskrit. Bandung: Informatika Bandung.
- [5] Slamin. 2009. Desain Jaringan Pendekatan Teori Graf. Jember: Universitas Jember.