

**ANALISIS DIMENSI METRIK DENGAN HIMPUNAN PEMBEDA  
TERHUBUNG PADA GRAF KHUSUS KELUARGA POHON  
DIKAITKAN KETERAMPILAN BERPIKIR  
TINGKAT TINGGI**

**Wahyu Sulistio<sup>1</sup>, Slamin<sup>2</sup>, Dafik<sup>3</sup>**

*Abstract. Metric dimension with connected resolving set is a minimal cardinality from resolving set on graph  $G$  that make metric representation from every point  $v$  on graph  $G$  to the resolving set  $W$  different each other and every point of resolving set must be connected each other. For example  $G$  is a connected graph and  $W = \{w_1, w_2, \dots, w_k\}$  are element of  $V$ . for every  $v \in V$ , position vector  $(v/W) = (d(v, w_1), d(v, w_2), \dots, d(v, w_k))$  are called metric representation from  $v$  to  $W$ . Whenever different point on  $V$  has different metric representation, so  $W$  is called resolving set of  $G$ . Minimum cardinality from a resolving set of  $G$  for the next is call Metric dimension of  $G$  that has been notation with  $dim(G)$ . Resolving set of  $W$  is said connected if induction subgraph of  $\langle W \rangle$  doesn't have a separated point. Minimum cardinality of connected resolving set from  $G$  is called connected resolving set of  $G$  that been notation with  $nr(G)$ . In this research develop Metric dimension with connected resolving set on special graph of tree specially on star graph,  $E$  graph, regular caterpillar graph, regular banana tree graph and regular firework graph. The result from this research is a theorem that indicated minimum cardinality of connected resolving set  $ornr(G)$  and how the link between metric dimension with High Order Thinking Skill (HOTS).*

**Keywords:** Metric Dimension, Connected resolving set, value of connected resolving set, HOTS

## **PENDAHULUAN**

Pendidikan adalah hal yang sangat penting dan sangat dibutuhkan oleh semua orang. Akan tetapi pendidikan sendiri tidak akan berhenti berkembang. Pendidikan selalu berkembang setiap saat, berkembangnya pendidikan ini tentunya harus diikuti dengan perkembangan dari manusia itu sendiri. Seperti yang kita ketahui, pendidikan yang ada saat ini menuntut manusia untuk dapat berpikir lebih kritis dan lebih analisis dalam menanggapi setiap permasalahan yang ada. Oleh karena itu manusia perlu menguasai keterampilan berpikir yang lebih baik daripada sebelumnya. Salah satu cara untuk meningkatkan keterampilan berpikir dari manusia adalah dengan membiasakan dirimenggunakan keterampilan berpikir tingkat tinggi dalam kehidupan sehari-hari. Dimana keterampilan berpikir tingkat tinggi termasuk dalam ranah kognitif yang merupakan bagian dari taksonomi Bloom revisi.

---

<sup>1</sup> Mahasiswa S-1 Program Studi Pendidikan Matematika FKIP universitas Jember

<sup>2</sup> Dosen Prodi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Jember

<sup>3</sup> Dosen Prodi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Jember

Dalam taksonomi bloom revisi ranah kognitif dibagi menjadi tiga yang mencakup aspek analisa, aspek evaluasi dan aspek mencipta. Ranah kognitif taksonomi bloom revisi sendiri biasanya dibagi dalam beberapa tingkatan yang sering disebut dengan istilah C1,C2,C3,C4,C5, dan C6. C1 samapai C6 disini melambangkan tingkatan-tingkatan dalam keterampilan berpikir dari seseorang. dimana C1, C2, C3 melambangkan keterampilan berpikir tingkat rendah sementara C4, C5, C6 melambangkan keterampilan berpikir tingkat tinggi [3].

Teori graf merupakan salah satu cabang ilmu matematika yang dapat diterapkan pada permasalahan di dunia nyata. Beberapa aplikasi dari teori graf terdapat pada bidang sains, komputasi, dan robotika. Salah satu konsep ilmu dalam teori graf yang dapat menyelesaikan permasalahan adalah dimensi metrik. Pada tahun 1975, konsep dimensi metrik diperkenalkan oleh Slater (Chartrand et al). Konsep tersebut muncul dari himpunan pembeda yang dikenal dengan istilah *locating set*. Himpunan pembeda  $W$  didefinisikan sebagai himpunan dari *vertex-vertex* pada suatu graf  $G$  sedemikian sehingga untuk setiap vertex di  $G$  menghasilkan jarak yang berbeda terhadap setiap *vertex* di  $W$ . Dimensi metrik adalah kardinalitas terkecil dari himpunan pembeda terurut  $W = \{w_1, w_2, w_3, \dots, w_n\}$  dari himpunan titik di graf terhubung  $G$  dan sebuah titik  $v$  di  $G$ ,  $k$ -vektor ( $k$ -tuple terurut)  $r(v/W) = (d(v, w_1), d(v, w_2), \dots, d(v, w_n))$ .

Salah satu kajian yang ada pada dimensi metrik dan sedang marak diteliti adalah dimensi metrik dengan himpunan pembeda terhubung (*connected resolving set*). Nilai minimum dari  $k$  yang merupakan himpunan pembeda terhubung  $k$ -partisi dari  $V(G)$  disebut sebagai dimensi partisi dengan himpunan pembeda terhubung dari  $G$ , disimbolkan dengan  $cpd(G)$  [2]. Dimensi metrik dengan himpunan pembeda terhubung adalah dimana himpunan pembeda yang mempunyai kardinalitas minimum haruslah saling terhubung satu dengan yang lain [1]. Hal ini tentu sangat berguna untuk pembahasan pada bidang lain nantinya. Dalam hal ini yang akan diteliti adalah kaitannya pada bidang keterampilan berpikir dari seseorang. Berdasarkan hal tersebut, maka peneliti akan mengambil judul "**Analisis Dimensi Metrik dengan Himpunan Pembeda Terhubung Pada Graf Khusus Keluarga Pohon Dikaitkan Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi**".

## METODE PENELITIAN

Penelitian ini dikategorikan ke dalam Penelitian eksploratif yaitu penelitian yang bertujuan menggali hal-hal yang ingin diketahui oleh peneliti dan hasil penelitian dapat digunakan sebagai dasar penelitian selanjutnya. Dalam menyelesaikan permasalahan, penelitian ini menggunakan metode pendeteksian pola (*pattern recognition*) dan deduktif aksiomatik. Metode pendeteksian pola (*pattern recognition*) yaitu mencari pola untuk dilakukan konstruksi himpunan pembeda untuk mendapatkan nilai dimensi metrik dengan himpunan pembeda terhubung sedemikian hingga didapatkan nilai kardinalitas minimum dengan koordinat titik yang berbeda. Sementara Metode deduktif aksiomatik yaitu metode penelitian yang menggunakan prinsip-prinsip pembuktian deduktif yang berlaku dalam logika matematika dengan menggunakan aksioma atau teorema yang telah ada untuk memecahkan suatu masalah. Rancangan penelitian untuk dimensi metrik dengan himpunan pembeda terhubung pada graf khusus uraian dari rancangan penelitian ini adalah sebagai berikut: Menentukan graf yang akan digunakan untuk dianalisa dimensi matrik dengan himpunan pembeda terhubung, kemudian menentukan kardinalitas setiap elemen-elemen graf yang digunakan dilanjutkan menentukan himpunan pembeda  $W$ , setelah itu menghitung representasi titik terhadap  $W$  hingga mendapatkan hasil yang berbeda setiap titiknya kemudian menghitung kardinalitas minimum himpunan pembeda untuk menentukan nilai dimensi matrik dengan himpunan pembeda terhubung setelah itu menentukan fungsi  $dim(G)$  dan  $nr(G)$  dan diakhiri dengan menentukan teorema hasil penelitian pada graf khusus dan membuktikan dengan menghitung formulasi koordinat titik. Pada tahap-tahap yang dilakukan, penelitian ini juga menggunakan tahapan pada taksonomi Bloom yang telah direvisi yaitu mengingat, mengerti, mengaplikasikan, menganalisa, mengevaluasi, dan menciptakan. Berdasarkan 6 tahapan Taksonomi Bloom tersebut akan dikaitkan dengan setiap langkah dimensi metrik dengan himpunan pembeda terhubung untuk mencapai *Higher Order Thinking Skill* (HOTS).

## HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

**Teorema 1.** Untuk  $n \geq 2$ , nilai dimensi metrik dengan himpunan pembeda terhubung dari graf bintang  $S_n$  adalah  $nr(S_n) = n$

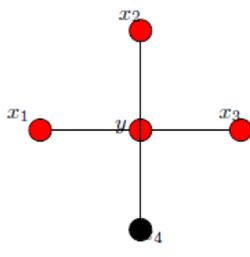
**Bukti.** Graf bintang  $S_n$  adalah graf konektif dengan himpunan titik  $V(S_n) = \{x_i, y; 1 \leq i \leq n\}$  dan himpunan sisi  $E(S_n) = \{x_i y; 1 \leq i \leq n\}$ . Dengan demikian jumlah titiknya  $|V(S_n)| = n + 1$  dan jumlah sisinya  $|E(S_n)| = n$ .

Untuk mengetahui nilai  $nr(S_n)$  dengan  $n \geq 2$ , kardinalitas minimal himpunan pembeda terhubung adalah  $n$  sehingga diperoleh batas bawah dari graf-graf tersebut adalah  $nr(S_n) \geq n$ . Akan dibuktikan untuk batas atas  $nr(S_n) \leq n$ , dengan mengambil elemen himpunan pembeda  $W = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_{n-1}, y\}$  sehingga diperoleh representasi titik  $S_n$  terhadap  $W$ :

$$\begin{aligned} r(y|W) &= \{1, 1, 1, 1, \dots, 1, 0\} \\ r(x_1|W) &= \{0, 2, 2, 2, \dots, 2, 1\} \\ r(x_2|W) &= \{2, 0, 2, 2, \dots, 2, 1\} \\ r(x_3|W) &= \{2, 2, 0, 2, \dots, 2, 1\} \\ &\vdots \\ &\vdots \\ &\vdots \\ r(x_n|W) &= \{2, 2, 2, 2, \dots, 2, 1\} \end{aligned}$$

Dapat dilihat bahwa setiap  $v \in V(S_n)$  memiliki koordinat berbeda, sehingga batas atas adalah  $nr(S_n) \leq n$ . Oleh karena batas bawah dan batas atas sama, maka untuk  $n \geq 2$ , nilai  $nr(S_n) = n$ . Sebagai ilustrasi pada gambar 1, akan ditampilkan contoh untuk  $n = 4$  dengan himpunan pembeda  $W = \{x_1, x_2, x_3, y\}$ , maka diperoleh representasi titik  $S_n$  terhadap  $W$ :

$$\begin{aligned} r(x_1|W) &= (0, 2, 2, 1) & r(x_2|W) &= (2, 0, 2, 1) & r(x_3|W) &= (2, 2, 0, 1) \\ r(x_4|W) &= (2, 2, 2, 1) & r(y|W) &= (1, 1, 1, 0) \end{aligned}$$



Gambar 1. Dimensi Metrik dengan Himpunan Pembeda Terhubung dari  $S_4$   
 Dapat dilihat bahwa setiap  $v \in V(S_n)$  memiliki koordinat berbeda dan setiap  $v \in W(S_n)$  semua sudah saling terhubung, sehingga diperoleh nilai  $nr(S_n) = 4$ .

**Teorema2.** Untuk  $n \geq 2$ , nilai dimensi metrik dengan himpunan pembeda terhubung dari graf  $E(E_n)$  adalah  $nr(E_n) = 3$

**Teorema3.** Untuk  $n \geq 2$ , nilai dimensi metrik dengan himpunan pembeda terhubung dari graf kembang api teratur  $(F_{m,n})$  adalah

$$nr(F_{m,n}) = \begin{cases} n, & \text{untuk } m = 1 \\ m(n+1), & \text{untuk } m \geq 2 \end{cases}$$

**Teorema 4.** Untuk  $n \geq 2$  dan  $m \geq 2$ , nilai dimensi metrik dengan himpunan pembeda terhubung dari graf ulat teratur  $(C_{m,n})$  adalah  $nr(C_{m,n}) = mn$

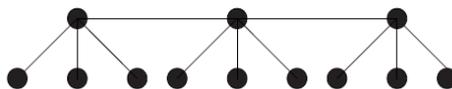
**Teorema5.** Untuk  $n \geq 3$ , nilai dimensi metrik dengan himpunan pembeda terhubung dari graf pohon pisang teratur  $(B_{m,n})$  adalah

$$nr(B_{m,n}) = \begin{cases} n, & \text{untuk } m = 1 \\ mn + 1, & \text{untuk } m \geq 2 \end{cases}$$

### **Kaitan Dimensi Metrik Himpunan Pembeda Terhubung dengan Keterampilan Berpikir Tingkat Tinggi**

Selanjutnya, kaitan antara dimensi metrik dengan himpunan pembeda terhubung dengan ketrampilan berpikir tingkat tinggi yaitu terletak selama proses dalam mencari nilai dimensi metrik dengan himpunan pembeda terhubung dari graf-graf yang diteliti. Keterampilan berpikir tingkat tinggi memiliki enam level tingkatan yaitu mengingat, memahami, menerapkan, menganalisa, mengevaluasi dan mencipta.

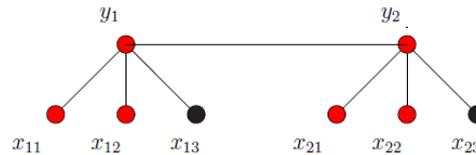
1. Tahap mengingat dalam penelitian ini dilakukan dalam proses menentukan graf yang akan diteliti serta berapa kardinalitas dari graf tersebut. Sebagai contohnya graf yang akan diteliti adalah graf keluarga pohon. Dimana yang harus dilakukan adalah mengingat syarat dari graf pohon, yaitu adalah graf khusus tidak berarah dan tidak memiliki sirkuit. Sehingga dalam memilih graf yang akan diteliti tidak terjadi kesalahan, sehingga yang termasuk kedalam graf keluarga pohon adalah graf bintang, graf E, graf ulat teratur, graf kembang api dan graf pohon pisang teratur. Setelah menentukan graf yang akan diteliti, selanjutnya yang juga termasuk kedalam tahap mengingat adalah mengingat bagaimana kardinalitas dari setiap graf yang sudah ditentukan. Sebagai contoh lihat gambar 2, untuk graf ulat teratur memiliki kardinalitas titik dan sisi adalah  $|V(C_{m,n})| = m(n+1)$  dan  $|E(C_{m,n})| = m(n+1) - 1$ .

Gambar 2. Graf Ulat Teratur  $C_{3,3}$ 

2. Tahap memahami, pada tahap ini kegiatan dalam penelitian ini yaitu berupa melakukan pemahaman terhadap bagaimana cara mencari nilai dimensi metrik dengan himpunan pembeda terhubung serta bagaimana cara membuktikannya. Cara untuk mencari nilai dimensi metrik dengan himpunan pembeda terhubung yaitu didapatkan melalui mencari kardinalitas minimal himpunan pembeda  $W$  dari setiap graf yang akan diteliti, dimana kardinalitas minimal dari himpunan pembeda  $W$  tersebut harus mengakibatkan representasi dari setiap titik yang ada pada graf  $G$  haruslah berbeda satu dengan yang lain. Akan tetapi, selain harus memperhatikan representasi yang berbeda perlu diperhatikan pula syarat yang lain yaitu setiap kardinalitas minimal dari himpunan pembeda  $W$  haruslah saling terhubung satu dengan yang lain. Selain memahami tentang bagaimana cara mencari himpunan pembeda  $W$ , yang perlu dipahami adalah bagaimana cara menentukan rumus untuk mencari nilai dimensi metrik dengan himpunan pembeda terhubung yaitu dengan menggunakan metode pendeteksian pola. Metode pendeteksian pola yaitu adalah mencari pola yang kemudian akan dikonstruksi pada himpunan pembeda untuk mendapatkan nilai dimensi metrik dengan himpunan pembeda terhubung. Selain menggunakan metode pendeteksian pola, digunakan juga metode deduktif aksiomatik yaitu metode dengan menggunakan prinsip-prinsip pembuktian deduktif yang berlaku dalam logika matematika
3. Tahap menerapkan, Untuk tahap menerapkan dalam penelitian ini terlaksana selama proses menentukan kardinalitas himpunan pembeda dari graf yang diteliti dari sebuah graf dan cara menentukan tebakan untuk mencari batas bawah dan batas atas kardinalitas minimal dari suatu graf. Untuk menentukan kardinalitas minimal yang akan digunakan sebagai himpunan pembeda dilakukan dengan cara:
  - a. Pahami karakteristik dari graf yang akan dicari himpunan pembedanya.;
  - b. Pilih titik dengan derajat terkecil pada graf yang akan diteliti sebagai himpunan pembeda.;
  - c. Kumpulkan titik-titik tadi menjadi sebuah himpunan.

- d. Pastikan semua titik tersebut sudah terhubung satu dengan lainnya.
- e. Lanjutkan dengan teknik yang sama dengan ekspansi graf yang lebih besar.

Sebagai contoh untuk graf ulat pada gambar 3.



Gambar 3. Dimensi Metrik dengan Himpunan Pembeda Terhubung dari  $C_{2,3}$

graf ini memiliki karakteristik seperti graf bintang, sehingga untuk mencari titik yang menjadi himpunan pembeda adalah berada pada antingnya. Dimana anting dari graf ini memiliki derajat paling kecil yaitu 1. Sehingga dalam menentukan himpunan pembeda dimulai dari anting graf ulat. Kemudian kumpulkan setiap titik yang menjadi himpunan pembeda sebagai  $W = \{x_{11}, x_{12}, x_{21}, x_{22}\}$ . Selanjutnya karena setiap titik pada himpunan pembeda belum terhubung satu dengan yang lain. Maka haruslah menambah titik seminimal mungkin agar setiap himpunan pembeda  $W$  yang sudah ditentukan menjadi terhubung. Yaitu dengan mengambil titik  $y_1$  dan  $y_2$ , sehingga himpunan pembeda  $W$  yang terhubung adalah  $W = \{x_{11}, x_{12}, x_{21}, x_{22}, y_1, y_2\}$ . Untuk menentukan batas bawah dari himpunan pembeda terhubung pada graf bisa menggunakan batas bawah dari graf dasar pembentuknya, sebagai contoh untuk graf ulat adalah graf khusus yang terbentuk dari graf bintang yang dihubungkan, sehingga untuk batas bawahnya adalah nilai dimensi metrik himpunan pembeda terhubung dari graf bintang yaitu  $nr(S_n) = n$  dikalikan dengan banyaknya graf bintang yang dihubungkan yaitu  $m$  kali. Sehingga batas bawah graf ulat adalah  $nr(C_{mn}) = m.n$ .

4. Tahap menganalisis,  
Tahap menganalisis dalam kegiatan ini yaitu menghitung representasi dari setiap titik yang ada pada graf setelah himpunan pembeda terhubung dari graf tersebut. Pada saat menghitung representasi dari setiap titik haruslah konstan untuk setiap titiknya, yang dimaksud dengan konstan adalah melakukan perhitungan secara teratur. Sebagai contoh misalkan himpunan pembeda dari graf ulat dengan  $W = \{x_{11}, x_{12}, x_{21}, x_{22}, y_1, y_2\}$ , maka setiap titik haruslah direpresentasikan terhadap  $W = \{x_{11}, x_{12}, x_{21}, x_{22}, y_1, y_2\}$ . Karena tidak sesuai dengan himpunan pembeda yang sudah ditentukan. Selain itu dalam tahap menganalisis, juga dilakukan proses pengecekan terhadap representasi dari setiap titik apakah sudah berbeda atau belum, apabila

masih ada yang belum berbeda, maka akan ditentukan kembali himpunan pembeda yang baru sampai setiap titik pada graf tersebut memiliki representasi yang berbeda terhadap himpunan pembeda  $W$ . Sebagai contoh untuk graf ulat, representasi setiap titik pada graf  $C_{23}$  terhadap  $W$  adalah

$$\begin{aligned} r(x_{1,1}|W) &= \{0, 2, 3, 3, 1, 2\} & r(x_{2,3}|W) &= \{3, 3, 2, 2, 2, 1\} \\ r(x_{1,2}|W) &= \{2, 0, 3, 3, 1, 2\} & r(y_1|W) &= \{1, 1, 2, 2, 0, 1\} \\ r(x_{1,3}|W) &= \{2, 2, 3, 3, 1, 2\} & r(y_2|W) &= \{2, 2, 1, 1, 1, 0\} \\ r(x_{2,1}|W) &= \{3, 3, 0, 2, 2, 1\} \\ r(x_{2,2}|W) &= \{3, 3, 2, 0, 2, 1\} \end{aligned}$$

Dapat dilihat bahwa setiap titik sudah memiliki representasi titik yang berbeda terhadap himpunan pembeda  $W$ . Sehingga  $W$  adalah kardinalitas minimal dari himpunan pembeda pada graf  $C_{23}$ .

5. Tahap mengevaluasi dalam penelitian ini yaitu pada tahap menentukan fungsi kardinalitas minimal dari himpunan pembeda terhubung  $W$ . Dalam menentukan fungsi dari himpunan pembeda terhubung dilakukan menggunakan pendeteksian polya yang ada dalam barisan aritmatika, dimana dalam mencari fungsi ini haruslah berlaku untuk ekspansi dari graf tersebut secara umum. Sebagai contoh untuk graf ulat didapatkan nilai dimensi metrik dengan himpunan pembeda terhubung yaitu 6 untuk  $m=2$  dan  $n=3$ . Secara umum didapatkan pola bahwa
  - a. Untuk  $m=1$  dan  $n \geq 2$  didapatkan  $nr(C_{1,n})=1$  atau  $nr(C_{m,2})=m(n)$ ;
  - b. Untuk  $m \geq 2$  dan  $n=2$  didapatkan  $nr(C_{m,2})=2m$  atau  $nr(C_{m,2})=m(n)$ ;
  - c. Untuk  $m \geq 2$  dan  $n \geq 2$  didapatkan  $nr(C_{m,n})=m.n$
6. Tahap mencipta, dalam tahapan ini kegiatan dalam penelitian ini berupa menciptakan teorema terkait nilai dimensi metrik dengan himpunan pembeda. Sebagai contoh setelah menemukan fungsi dari dimensi metrik dengan himpunan pembeda terhubung dari graf  $C_{mn}$  secara umum, maka dapat ditentukan teorema untuk dimensi metrik dengan himpunan pembeda terhubung dari graf  $C_{mn}$  adalah untuk  $n \geq 2$  dan  $m \geq 2$ , nilai dimensi metrik dengan himpunan pembeda terhubung dari graf ulat teratur  $(C_{m,n})$  adalah  $nr(C_{m,n})=mn$

## KESIMPULAN DAN SARAN

### Kesimpulan

1. Kardinalitas elemendarigraf khususkeluarga pohon yang diteliti adalah

$$|V(S_n)| = n + 1 \text{ dan } |E(S_n)| = n;$$

$$|V(E_n)| = 3n + 6 \text{ dan } |E(E_n)| = 3n + 5;$$

$$|V(F_{m,n})| = m(n + 2) \text{ dan } |E(F_{m,n})| = m(n + 2) - 1$$

$$|V(C_{m,n})| = m(n + 1) \text{ dan } |E(C_{m,n})| = m(n + 1) - 1;$$

$$|V(B_{m,n})| = m(n + 1) + 1 \text{ dan } |E(B_{m,n})| = m(n + 1).;$$

2. Dimensi metrik dengan himpunan pembeda terhubung  $nr$  sebagai berikut:

a. Untuk  $n \geq 2$ , nilai dimensi metrik dengan himpunan pembeda terhubung dari graf bintang  $S_n$  adalah  $nr(S_n) = n$ ;

b. Untuk  $n \geq 2$ , nilai dimensi metrik dengan himpunan pembeda terhubung dari graf  $E(E_n)$  adalah  $nr(E_n) = 3$ ;

c. Untuk  $n \geq 2$ , nilai dimensi metrik dengan himpunan pembeda terhubung dari graf kembang api teratur  $(F_{m,n})$  adalah

$$nr(F_{m,n}) = \begin{cases} n, & \text{untuk } m = 1 \\ m(n + 1), & \text{untuk } m \geq 2 \end{cases}$$

d. Untuk  $n \geq 2$  dan  $m \geq 2$ , nilai dimensi metrik dengan himpunan pembeda terhubung dari graf ulat teratur  $(C_{m,n})$  adalah  $nr(C_{m,n}) = mn$ ;

e. Untuk  $n \geq 3$ , nilai dimensi metrik dengan himpunan pembeda terhubung dari graf pohon pisang teratur  $(B_{m,n})$  adalah

$$nr(B_{m,n}) = \begin{cases} n, & \text{untuk } m = 1 \\ mn + 1, & \text{untuk } m \geq 2 \end{cases}$$

3. Berpikir tingkat tinggi dalam menentukan dimensi metrik dengan himpunan pembeda terhubung pada graf khusus keluarga pohon yakni dalam menentukan graf yang digunakan adalah tahapan dari C1, menentukan kardinalitas dari himpunan pembeda terhubung adalah tahap C2, menentukan himpunan pembeda adalah tahap C3, menghitung koordinat representasi setiap titik pada graf terhadap  $W$  termasuk kedalam tahap C4, melakukan pengecekan terhadap representasi dari setiap titik menjadi tahap C5, menentukan fungsi dimensi metrik dengan himpunan pembeda terhubung dan menemukan teorema baru adalah tahap C6.

Berdasarkan hasil penelitian mengenai dimensi metrik dengan himpunan pembeda terhubung pada graf khusus keluarga pohon yaitu pada graf  $En$ , graf bintang ( $Sn$ ), graf kembang api teratur ( $Fm,n$ ), graf pohon pisang teratur ( $Bm,n$ ) dan graf ulat teratur ( $Cm,n$ ) (*caterpillar*), maka peneliti memberikan saran kepada pembaca agar dapat mengembangkan analisa dimensi metrik dengan himpunan pembeda terhubung pada graf khusus lainnya serta mencari cara penyajian representasi titik terhadap himpunan pembeda dengan cara lain.

### DAFTAR PUSTAKA

- [1] Chitra,P.J.B dan S. Arumugam. (2015).*Resolving Set without Isolated vertices*.Procedia Computer Science. No. 74,38-42.
- [2] I. Tomescu, I. Javaid dan Slamin. (2007).*On The Partition Dimension and Connected Partition Dimension of Whells*. Arc Combinatoria. No. 84,311-318.
- [3] Utari, R. 2008. *Taksonomi Bloom: Apa dan Bagaimana Cara Menggunakannya*.Pusdiklat KNPk, Widyaiswara Madya.