

# ANALISIS SIRKULASI UDARA PADA TANAMAN KOPI BERDASARKAN TINGKAT KEKASARAN TUMBUHAN DAN POLA TANAM GRAF TANGGA PERMATA MENGGUNAKAN METODE VOLUME HINGGA

Ervin Eka Riastutik<sup>40</sup>, Dafik<sup>41</sup>, Arif Fatahillah<sup>42</sup>

**Abstract.** Coffee beans are one of Indonesian main export commodities. It can be seen from the amount of coffee exported to other countries, especially Europe. However, the vast area of coffee plantation does not make the productivity of the coffee beans become maximum. There are several factors which influence this condition. One of them is the cropping pattern of coffee plant and the air circulation that affect the pollination process of coffee flower. In this research, an air condition models was designed to solve the problem by employing Volume Hingga method. The models were designed based on the level of plant roughness, distance between coffee plants, and the cropping pattern of coffee (Diamond Ladder Graph). The results of the research is the mathematical models that influenced the level of plant roughness and the cropping pattern of coffee with  $\beta$  angle. The symbol of plant roughness in this model is  $\alpha$ . Coefficient is limited at 0 until 1 ( $0 < \alpha < 1$ ). The high value of plant roughness coefficient shows the high level of plant roughness.

**Key Words:** coffee plant, air circulation, level of plant roughness, Volume Hingga Method, Diamond Ladder Graph.

## PENDAHULUAN

Kopi merupakan komoditas yang sering dimanfaatkan sebagai minuman penghangat atau penambah stamina yang sangat populer di dunia. Aspek mutu yang berhubungan dengan sifat fisik, kimiawi, kontaminasi dan kebersihan biji kopi harus diawasi secara ketat karena berpengaruh terhadap cita rasa dan kesehatan konsumen. Selain itu, kopi juga memegang peranan penting sebagai sumber devisa negara dan memegang peranan penting dalam pengembangan industri perkebunan. Akhir-akhir ini produksi tersebut menurun atau tidak maksimal jika dibandingkan dengan luas areal yang disediakan untuk perkebunan kopi. Banyak hal yang mempengaruhi penurunan produksi ini, diantaranya adalah usia tanaman kopi yang sudah tua, pola tanam tanaman kopi serta tingkat kekasaran tumbuhan. Pola tanam dan tingkat kekasaran tanaman kopi berpengaruh pada kurang maksimalnya sirkulasi udara/angin pada perkebunan kopi tersebut.

Peranan angin adalah membantu berpindahnya serbuk sari bunga dari tanaman kopi yang satu ke putik bunga kopi lain yang klon atau jenisnya berbeda sehingga terjadi penyerbukan yang dapat menghasilkan buah. Selain mempunyai pengaruh yang positif

---

<sup>40</sup> Mahasiswa Prodi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Jember

<sup>41</sup> Dosen Prodi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Jember

<sup>42</sup> Dosen Prodi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Jember

terhadap pertanaman kopi, angin juga dapat berpengaruh negatif, terutama bila berupa angin kencang. Angin kencang biasanya secara langsung akan merusak tajuk tajuk tanaman atau dapat menggugurkan bunga. Angin kencang yang datanginya pada musim kemarau juga akan mempercepat terjadinya evapotranspirasi (penguapan air dari daun dan tanah) sehingga bisa mengakibatkan kekeringan (Najiyati dan Danarti, 2001).

Berdasarkan uraian di atas, rumusan masalah dalam penelitian ini adalah bagaimana bentuk model sirkulasi udara pada tanaman kopi berdasarkan tingkat kekasaran tumbuhan untuk peningkatan produktivitas kopi. Penelitian ini memberikan manfaat yaitu dapat menambah pengetahuan peneliti tentang pemodelan matematika, memberikan model matematika dari sirkulasi udara berdasarkan tingkat kekasaran tumbuhan dan pola tanam Graf Tangga Permata serta memberikan kontribusi kepada peneliti lain mengenai perkembangan pengetahuan baru dalam bidang pemodelan matematika menggunakan metode Volume Hingga.

## **METODE PENELITIAN**

Berdasarkan jenisnya, penelitian ini merupakan jenis penelitian studi kasus (Yin, 2003). Dalam penelitian studi kasus, peneliti membandingkan variabel-variabel yang berpengaruh pada analisis sirkulasi udara pada tanaman kopi dalam pemodelan menggunakan metode Volume Hingga dengan keadaan yang sebenarnya di lapangan. Model matematika yang telah diturunkan dipengaruhi oleh kekasaran tumbuhan yang disimbolkan dengan  $\alpha$ .

Tempat penelitian dilakukan di perkebunan kopi PTPN XII Kalisat Kecamatan Sempol Kabupaten Bondowoso. Metode pengumpulan data yang digunakan adalah metode observasi dan metode dokumentasi. Data-data yang dibutuhkan bersumber dari pengukuran yang dilakukan di perkebunan kopi PTPN XII Kalisat Kecamatan Sempol Kabupaten Bondowoso yang meliputi jarak tanam antar tanaman kopi, kecepatan angin di dalam perkebunan, nilai koefisien kekasaran tumbuhan, dan pola tanam yang digunakan pada perkebunan tersebut. Sedangkan sifat-sifat fluida diperoleh dari studi literatur berupa buku dan melalui internet. Data-data yang diperoleh digunakan untuk membandingkan model matematika yang diselesaikan dengan metode volume hingga dengan keadaan sebenarnya yang terjadi di perkebunan kopi PTPN XII Kalisat Kecamatan Sempol Kabupaten Bondowoso.

**HASIL DAN PEMBAHASAN**

Langkah pertama akan disajikan proses pembuatan model matematika sirkulasi udara pada tanaman kopi. Pemodelan sirkulasi udara pada tanaman kopi menggunakan persamaan momentum dan persamaan energi.

❖ *(Persamaan Momentum dan Persamaan Energi Pada Proses Sirkulasi Udara Pada Tanaman Kopi Berdasarkan Tingkat Kekasaran Tumbuhan dengan Metode Volume Hingga).* Jika  $\nabla g$ ,  $\nabla p$ , dan  $\nabla \tau_{ij}$  secara berturut-turut merupakan gaya-gaya (gaya gravitasi, gaya tekanan, dan gaya tegangan) yang bekerja pada rumus kesetimbangan momentum dan  $u'$ ,  $v'$ , dan  $\Phi$  secara berturut-turut merupakan kecepatan turbulen pada arah sumbu  $x$ , kecepatan turbulen pada arah sumbu  $y$ , dan disipasi kekentalan yang bekerja pada rumus kesetimbangan energi maka persamaan momentum dan persamaan energi proses sirkulasi udara pada tanaman kopi berdasarkan tingkat kekasaran tumbuhan adalah sebagai berikut:

1. Persamaan Momentum pada proses sirkulasi udara pada tanaman kopi berdasarkan tingkat kekasaran tumbuhan

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \rho \phi_0}{\partial t} + \left( \frac{\partial \rho u \cos \beta \phi_n}{\partial x} - \frac{\partial \rho u \cos \beta \phi_s}{\partial x} \right) + \left( \frac{\partial \rho v \sin \beta \phi_e}{\partial y} - \frac{\partial \rho v \sin \beta \phi_w}{\partial y} \right) = \\ & \rho \left( \frac{\partial g}{\partial x} + \frac{\partial g}{\partial y} \right) - \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} + \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \\ & \frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) + 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} \right] \end{aligned} \tag{1}$$

2. Persamaan Energi pada proses sirkulasi udara pada tanaman kopi berdasarkan tingkat kekasaran tumbuhan

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \rho \phi_0}{\partial t} + \left( \frac{\partial \phi_e}{\partial x} - \frac{\partial \phi_w}{\partial x} \right) + \left( \frac{\partial \phi_n}{\partial y} - \frac{\partial \phi_s}{\partial y} \right) = - \frac{\partial p u'}{\partial x} + \frac{\partial 2\mu u'}{\partial x} - \frac{1}{2} \frac{\partial \rho u' v'}{\partial x} - \\ & \frac{\partial p v'}{\partial y} + \frac{\partial 2\mu v'}{\partial y} - \frac{1}{2} \frac{\partial \rho u' v'}{\partial y} - 2\mu \frac{\partial u'}{\partial x} - \mu \frac{\partial u'}{\partial y} - \mu \frac{\partial v'}{\partial x} - 2\mu \frac{\partial v'}{\partial y} - \frac{\partial u \rho u' v'}{\partial x} - \\ & \frac{1}{2} \frac{\partial u \rho u' v'}{\partial y} - \frac{1}{2} \frac{\partial v \rho u' v'}{\partial x} - \rho u' v' \frac{\partial v}{\partial y} + 2\mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2\mu \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \mu \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \end{aligned} \tag{2}$$

**Bukti:** Persamaan momentum pada sirkulasi udara ini merupakan bentuk Persamaan diferensial yang menghubungkan gaya-gaya yang bekerja dalam volume kendali. Gaya-gaya yang bekerja dalam aliran ini adalah gaya gravitasi ( $\nabla g$ ), gaya tekanan ( $\nabla p$ ), dan gaya tegangan ( $\nabla \tau_{ij}$ ).

Berdasarkan kesetimbangan momentum, maka persamaan umum skalar transport dari konservasi momentum, maka dapat dituliskan:

$$\frac{d}{dt}(\text{momentum}) + \text{output} - \text{input} = \text{force} \quad (3)$$

Dengan mensubstitusikan rumus fisika dasar, maka didapat rumus :

$$\frac{\partial \rho \phi_0}{\partial t} + \left( \frac{\partial \rho u \phi_n}{\partial x} - \frac{\partial \rho u \phi_s}{\partial x} \right) + \left( \frac{\partial \rho v \phi_e}{\partial y} - \frac{\partial \rho v \phi_w}{\partial y} \right) = \rho \nabla g - \nabla p + \nabla \tau_{ij} \quad (4)$$

Dimana:

$$\begin{aligned} \nabla g &= \frac{\partial g}{\partial x} + \frac{\partial g}{\partial y} \\ \nabla p &= \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial y} \\ \nabla \tau_{ij} &= \frac{\partial}{\partial x} [\tau_{xx} + \tau_{yy}] + \frac{\partial}{\partial y} [\tau_{yx} + \tau_{xy}] \end{aligned} \quad (5)$$

Karena aliran fluida yang dimodelkan adalah dua dimensi, maka menggunakan  $\tau_{xx}, \tau_{xy}, \tau_{yx}$ , dan  $\tau_{yy}$ . Dalam (White, 1986:212),

$$\tau_{xx} = 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} \quad \tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad \tau_{yy} = 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} \quad (6)$$

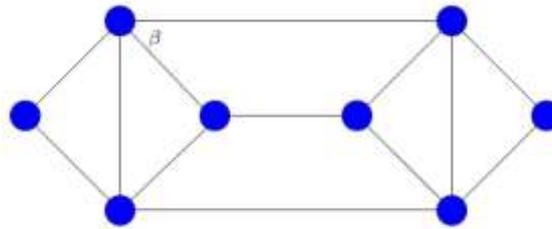
Sehingga Persamaan 4 dapat dituliskan menjadi:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho \phi_0}{\partial t} + \left( \frac{\partial \rho u \phi_n}{\partial x} - \frac{\partial \rho u \phi_s}{\partial x} \right) + \left( \frac{\partial \rho v \phi_e}{\partial y} - \frac{\partial \rho v \phi_w}{\partial y} \right) &= \rho \left( \frac{\partial g}{\partial x} + \frac{\partial g}{\partial y} \right) - \frac{\partial p}{\partial x} - \\ \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} [\tau_{xx} + \tau_{xy}] + \frac{\partial}{\partial y} [\tau_{yx} + \tau_{yy}] \end{aligned} \quad (7)$$

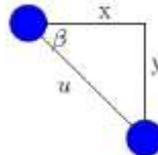
Dengan mensubstitusikan Persamaan 6 ke Persamaan 7, maka didapat persamaan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho \phi_0}{\partial t} + \left( \frac{\partial \rho u \phi_n}{\partial x} - \frac{\partial \rho u \phi_s}{\partial x} \right) + \left( \frac{\partial \rho v \phi_e}{\partial y} - \frac{\partial \rho v \phi_w}{\partial y} \right) &= \rho \left( \frac{\partial g}{\partial x} + \frac{\partial g}{\partial y} \right) - \frac{\partial p}{\partial x} - \\ \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} + \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) + 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} \right] \end{aligned} \quad (8)$$

Pola tanam tanaman kopi yang akan digunakan dalam penelitian dipengaruhi oleh sudut  $\beta$ , seperti pada gambar 1 berikut :



Gambar 1. Pola Tanam Graf Tangga Permata (Laelatus, 2011)



Gambar 2. Bagian Pola Tanam Graf Tangga Permata

$$\sin \beta = \frac{y}{u} \quad y = u \sin \beta \quad \cos \beta = \frac{x}{u} \quad x = u \cos \beta \quad (9)$$

Kecepatan pada sumbu  $y$  diubah menjadi  $v$  sehingga  $y = v \sin \beta$ . Kemudian mensubstitusikan Persamaan 9 ke Persamaan 8 sehingga didapat rumus persamaan momentum pada tanaman kopi seperti berikut :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho \phi_0}{\partial t} + \left( \frac{\partial \rho u \cos \beta \phi_n}{\partial x} - \frac{\partial \rho u \cos \beta \phi_s}{\partial x} \right) + \left( \frac{\partial \rho v \sin \beta \phi_e}{\partial y} - \frac{\partial \rho v \sin \beta \phi_w}{\partial y} \right) = \\ \rho \left( \frac{\partial g}{\partial x} + \frac{\partial g}{\partial y} \right) - \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} + \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \\ \frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) + 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} \right] \end{aligned} \quad (10)$$

Jadi **terbukti** Persamaan 10 disebut persamaan momentum pada proses sirkulasi udara pada tanaman kopi berdasarkan tingkat kekasaran tumbuhan.

Selanjutnya akan dibuat model persamaan energi sirkulasi pada tanaman kopi. Persamaan energi merupakan bentuk persamaan diferensial yang menghubungkan gaya yang bekerja pada volume kendali. Aliran udara merupakan jenis aliran turbulen, sehingga persamaan energi yang dibentuk merupakan persamaan energi turbulen.

Dengan memasukkan rumus fisika dasar dan persamaan umum untuk energy turbulen, maka didapat:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho \phi_0}{dt} + \left( \frac{\partial \phi_e}{\partial x} - \frac{\partial \phi_w}{\partial x} \right) + \left( \frac{\partial \phi_n}{\partial y} - \frac{\partial \phi_s}{\partial y} \right) = \text{div}(-\rho u' + 2\mu u' e'_{ij} - \frac{1}{2} \rho u'_i u'_j) - \\ 2\mu e'_{ij} - \rho u'_i u'_j E_{ij} + \Phi \end{aligned} \quad (11)$$

Dengan  $\Phi$  merupakan disipasi kekentalan udara yang berpengaruh pada persamaan energy, dimana:

$$\Phi = 2\mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2\mu \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \mu \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \quad (12)$$

Dengan memasukkan rumus fisika dasar dan mensubstitusikan Persamaan 12, maka didapat :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho \phi_0}{\partial t} + \left( \frac{\partial \phi_e}{\partial x} - \frac{\partial \phi_w}{\partial x} \right) + \left( \frac{\partial \phi_n}{\partial y} - \left( \frac{\partial \phi_s}{\partial y} \right) \right) &= \frac{\partial}{\partial x} (-pu' + 2\mu u' - \frac{1}{2} \rho u' v') + \\ \frac{\partial}{\partial y} (-pv' + 2\mu v' - \frac{1}{2} \rho u' v') - 2\mu (e'_{xx} + e'_{xy} + e'_{yy}) - \\ \rho u' v' (E_{xx} + E_{xy} + E_{yy}) + 2\mu \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \mu \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \end{aligned} \quad (13)$$

Dimana :

$$\begin{aligned} e'_{xx} &= \frac{\partial u'}{\partial x} & e'_{xy} &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u'}{\partial y} + \frac{\partial v'}{\partial x} \right) & e'_{yy} &= \frac{\partial v'}{\partial y} \\ E_{xx} &= \frac{\partial u}{\partial x} & E_{xy} &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) & E_{yy} &= \frac{\partial v}{\partial y} \end{aligned} \quad (14)$$

Dengan mensubstitusikan Persamaan 14 ke Persamaan 13 serta dengan memanfaatkan sifat operasi penjumlahan, maka didapat persamaan energy untuk tanaman kopi sebagai berikut :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho \phi_0}{\partial t} + \left( \frac{\partial \phi_e}{\partial x} - \frac{\partial \phi_w}{\partial x} \right) + \left( \frac{\partial \phi_n}{\partial y} - \left( \frac{\partial \phi_s}{\partial y} \right) \right) &= -\frac{\partial pu'}{\partial x} + \frac{\partial 2\mu u'}{\partial x} - \frac{1}{2} \frac{\partial \rho u' v'}{\partial x} - \\ \frac{\partial pv'}{\partial y} + \frac{\partial 2\mu v'}{\partial y} - \frac{1}{2} \frac{\partial \rho u' v'}{\partial y} - 2\mu \frac{\partial u'}{\partial x} - \mu \frac{\partial u'}{\partial y} - \mu \frac{\partial v'}{\partial x} - 2\mu \frac{\partial v'}{\partial y} - \frac{\partial \rho u' v'}{\partial x} - \\ \frac{1}{2} \frac{\partial \rho u' v'}{\partial y} - \frac{1}{2} \frac{\partial v \rho u' v'}{\partial x} - \rho u' v' \frac{\partial v}{\partial y} + 2\mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2\mu \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \mu \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \end{aligned} \quad (15)$$

Jadi **terbukti** Persamaan 15 disebut persamaan energi pada proses sirkulasi udara pada tanaman kopi berdasarkan tingkat kekasaran tumbuhan.

Langkah kedua yaitu membentuk model matematika dari sirkulasi udara pada tanaman kopi berdasarkan tingkat kekasaran tumbuhan dan pola tanam Graf Tangga Permata. Model matematika sirkulasi udara pada tanaman kopi ini merupakan penggabungan persamaan momentum dan persamaan energy yang telah dibentuk sebelumnya. Persamaan yang telah digabungkan kemudian diintegrasikan terhadap  $x$ ,  $y$ , dan  $t$ . Hal ini dilakukan karena permasalahan sirkulasi udara pada tanaman kopi dipengaruhi oleh jarak tanam kopi pada arah sumbu  $x$ , sumbu  $y$ , serta dipengaruhi oleh waktu dalam penyebaran udara.

❖ (Persamaan Matematika Sirkulasi Udara pada Tanaman Kopi Berdasarkan Tingkat Kekasaran Tumbuhan dengan Metode Volume Hingga). Jika  $(\Phi)$  adalah kecepatan,  $\Delta x, \Delta y, \Delta t$  berturut-turut adalah ukuran panjang aliran fluida di perkebunan pada sumbu  $x$ , sumbu  $y$ , dan selang waktu sedangkan  $u, v$  adalah velocity atau kecepatan sirkulasi udara sumbu  $x$  dan sumbu  $y$  dan  $t$  adalah selang waktu,  $(\alpha)$  adalah koefisien kekasaran tumbuhan dan berturut-turut  $(1/2; g; p; x; x_r; u';$  dan  $v')$  adalah massa jenis fluida, gaya gravitasi, tekanan, jarak antar tanaman kopi, jarak acuan antar tanaman kopi, kecepatan turbulen pada sumbu  $x$  dan sumbu  $y$  yang keseluruhan membentuk persamaan sirkulasi udara, maka persamaan momentum dan persamaan energi pada tanaman kopi berdasarkan tingkat kekasaran tumbuhan dengan pola tanam Graf Tangga Permata adalah:

$$\begin{aligned}
 &(\rho u \cos \beta - 1)\phi_s \Delta y \Delta t + (1 - \rho u \cos \beta)\phi_n \Delta y \Delta t + (1 - \rho v \sin \beta)\phi_e \Delta x \Delta t + \\
 &(\rho v \sin \beta - 1)\phi_w \Delta x \Delta t = (\Delta y + \Delta x - u' \Delta y - v' \Delta x)p \Delta t - \\
 &(\Delta y + \Delta x)\rho g \Delta t - \left(\frac{v \Delta y}{\Delta x} + \frac{u \Delta x}{\Delta y} + u' \Delta x + v' \Delta y + u + v\right)\mu \Delta t - \\
 &\frac{1}{2}\rho u' v' \Delta t (\Delta y + \Delta x + u \Delta x + v \Delta y) - (u \Delta y + v \Delta x)\rho u' v' \Delta t + \\
 &(v^2 (\Delta y)^2 + 2uv \Delta y \Delta x + u^2 (\Delta x)^2) (\Delta t)^2 \mu
 \end{aligned} \tag{16}$$

**Bukti :** Persamaan 1 dan persamaan 2 akan diselesaikan menggunakan metode volume hingga dengan menggabungkan persamaan momentum dan persamaan energi yang telah diintegrasikan. Maka hal yang perlu dilakukan terlebih dahulu yaitu mengintegrasikan Persamaan 1 dan Persamaan 2 terhadap  $x, y$ , dan  $t$  terlebih dulu. persamaan momentum (Persamaan 1) diintegrasikan sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
 &\int_t^{t+\Delta t} \int_y^{y+\Delta y} \int_x^{x+\Delta x} \left[ \frac{\partial \rho \phi_0}{\partial t} + \frac{\partial \rho u \cos \beta \phi_n}{\partial x} - \frac{\partial \rho u \cos \beta \phi_s}{\partial x} + \frac{\partial \rho v \sin \beta \phi_e}{\partial y} - \right. \\
 &\left. \frac{\partial \rho v \sin \beta \phi_w}{\partial y} \right] dx dy dt = \int_t^{t+\Delta t} \int_y^{y+\Delta y} \int_x^{x+\Delta x} \left[ \rho \frac{\partial g}{\partial x} + \frac{\partial g}{\partial y} - \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\partial p}{\partial y} + \right. \\
 &\left. 2\mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x} + \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \mu \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} \right] dx dy dt
 \end{aligned} \tag{17}$$

Hasil dari pengintegralan persamaan momentum (Persamaan 1) adalah sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
 &\rho \phi_0 \Delta x \Delta y + \rho u \phi_n \cos \beta \Delta y \Delta t - \rho u \phi_s \cos \beta \Delta y \Delta t + \rho v \phi_e \sin \beta \Delta x \Delta t - \\
 &\rho v \phi_w \sin \beta \Delta x \Delta t = \rho g \Delta y \Delta t + \rho g \Delta x \Delta t - p \Delta y \Delta t - p \Delta x \Delta t + \frac{2\mu u \Delta y \Delta t}{\Delta x} + \\
 &\frac{\mu v \Delta y \Delta t}{\Delta x} + \mu u \Delta t + \mu v \Delta t + \frac{\mu u \Delta x \Delta t}{\Delta y} + \frac{2\mu v \Delta x \Delta t}{\Delta y}
 \end{aligned} \tag{18}$$

Sedangkan pengintegralan Persamaan 2 (persamaan energi) adalah sebagai berikut:

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_y^{y+\Delta y} \int_x^{x+\Delta x} \left[ \frac{\partial \rho \phi_0}{\partial t} + \left( \frac{\partial \phi_e}{\partial x} - \frac{\partial \phi_w}{\partial x} \right) + \left( \frac{\partial \phi_n}{\partial y} - \left( \frac{\partial \phi_s}{\partial y} \right) \right) \right] dx dy dt =$$

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_y^{y+\Delta y} \int_x^{x+\Delta x} \left[ -\frac{\partial \rho u'}{\partial x} + \frac{\partial 2\mu u'}{\partial x} - \frac{1}{2} \frac{\partial \rho u' v'}{\partial x} - \frac{\partial p v'}{\partial y} + \frac{\partial 2\mu v'}{\partial y} - \right.$$

$$\left. \frac{1}{2} \frac{\partial \rho u' v'}{\partial y} - 2\mu \frac{\partial u'}{\partial x} - \mu \frac{\partial u'}{\partial y} - \mu \frac{\partial v'}{\partial x} - 2\mu \frac{\partial v'}{\partial y} - \frac{\partial u \rho u' v'}{\partial x} - \frac{1}{2} \frac{\partial u \rho u' v'}{\partial y} - \right.$$

$$\left. \frac{1}{2} \frac{\partial v \rho u' v'}{\partial x} - \rho u' v' \frac{\partial v}{\partial y} + 2\mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2\mu \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \mu \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \right] dx dy dt \quad (19)$$

Hasil dari pengintegralan persamaan energi (Persamaan 2) adalah sebagai berikut:

$$\rho \phi_0 \Delta x \Delta y + \phi_n \Delta y \Delta t - \phi_s \Delta y \Delta t + \phi_e \Delta x \Delta t - \phi_w \Delta x \Delta t = -\rho u' \Delta y \Delta t -$$

$$p v' \Delta x \Delta t - \frac{1}{2} \rho u' v' \Delta y \Delta t - \frac{1}{2} \rho u' v' \Delta x \Delta t - \mu u' \Delta x \Delta t - \mu v' \Delta y \Delta t -$$

$$\rho u u' v' \Delta y \Delta t - \rho v u' v' \Delta x \Delta t - \frac{1}{2} \rho u' v' \Delta x \Delta t - \frac{1}{2} \rho v u' v' \Delta y \Delta t + \frac{2\mu u \Delta y \Delta t}{\Delta x} +$$

$$\frac{2\mu v \Delta x \Delta t}{\Delta y} + v^2 (\Delta y)^2 (\Delta t)^2 \mu + 2uv \Delta y \Delta x (\Delta t)^2 \mu + u^2 (\Delta x)^2 (\Delta t)^2 \mu \quad (20)$$

Langkah selanjutnya adalah menggabungkan Persamaan 18 dan Persamaan 19 serta memanfaatkan sifat-sifat operasi penjumlahan dan perkalian, maka didapat persamaan sebagai berikut:

$$(\rho u \cos \beta - 1) \phi_s \Delta y \Delta t + (1 - \rho u \cos \beta) \phi_n \Delta y \Delta t + (1 - \rho v \sin \beta) \phi_e \Delta x \Delta t +$$

$$(\rho v \sin \beta - 1) \phi_w \Delta x \Delta t = (\Delta y + \Delta x - u' \Delta y - v' \Delta x) p \Delta t -$$

$$(\Delta y + \Delta x) \rho g \Delta t - \left( \frac{v \Delta y}{\Delta x} + \frac{u \Delta x}{\Delta y} + u' \Delta x + v' \Delta y + u + v \right) \mu \Delta t -$$

$$\frac{1}{2} \rho u' v' \Delta t (\Delta y + \Delta x + u \Delta x + v \Delta y) - (u \Delta y + v \Delta x) \rho u' v' \Delta t +$$

$$(v^2 (\Delta y)^2 + 2uv \Delta y \Delta x + u^2 (\Delta x)^2) (\Delta t)^2 \mu \quad (21)$$

Jadi **terbukti** Persamaan 21 disebut persamaan matematika sirkulasi udara pada tanaman kopi berdasarkan tingkat kekasaran tumbuhan dengan pola tanam Graf Tangga Permata.

## KESIMPULAN DAN SARAN

Dari hasil penelitian yang dilakukan, maka dapat diambil kesimpulan yakni model matematika sirkulasi udara pada tanaman kopi berdasarkan tingkat kekasaran tumbuhan dan pola tanam Graf Tangga Permata adalah persamaan yang diselesaikan dengan metode volume hingga, dimana persamaan tersebut merupakan persamaan yang menyatakan bahwa persamaan momentum dan persamaan energi yang bekerja dalam sirkulasi udara pada tanaman kopi diwujudkan dalam Persamaan berikut :

$$\begin{aligned}
& (\rho u \cos \beta - 1)\phi_s \Delta y \Delta t + (1 - \rho u \cos \beta)\phi_n \Delta y \Delta t + (1 - \rho v \sin \beta)\phi_e \Delta x \Delta t + \\
& (\rho v \sin \beta - 1)\phi_w \Delta x \Delta t = (\Delta y + \Delta x - u' \Delta y - v' \Delta x)p \Delta t - \\
& (\Delta y + \Delta x)\rho g \Delta t - \left(\frac{v \Delta y}{\Delta x} + \frac{u \Delta x}{\Delta y} + u' \Delta x + v' \Delta y + u + v\right)\mu \Delta t - \\
& \frac{1}{2}\rho u' v' \Delta t (\Delta y + \Delta x + u \Delta x + v \Delta y) - (u \Delta y + v \Delta x)\rho u' v' \Delta t + \\
& (v^2 (\Delta y)^2 + 2uv \Delta y \Delta x + u^2 (\Delta x)^2)(\Delta t)^2 \mu
\end{aligned} \tag{22}$$

Berdasarkan hasil penelitian mengenai analisa aliran fluida pada sirkulasi udara pada tanaman kopi berdasarkan tingkat kekasaran tumbuhan dan pola tanam Graf Tangga Permata menggunakan metode volume hingga, penulis menyarankan kepada peneliti lain untuk mengembangkan penelitian ini dengan menggunakan pola tanam graf yang lain atau tingkat kekasaran lain yang mempengaruhi pertumbuhan tanaman kopi.

#### DAFTAR PUSTAKA

- Najiyati, Sri dan Danarti. 2001. *Kopi, Budidaya, dan Penanganan Lepas Panen*. Jakarta: Penebar Swadaya.
- Sya'diyah, Laelatus. 2011. "Pelabelan Total Super (a,d)-Sisi Antimagic pada Graf Tangga Permata." Tidak Diterbitkan. Skripsi. Jember. Program Studi Pendidikan Matematika Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan. Jember: Universitas Jember.
- White, Frank M. 2003. *Case Study Research: Design and Methods (3rd ed.)*. Thousand Oaks, CA: Sage Publications
- Yin, R.K. 2003. *Case Study Research: Design and Methods (3rd ed.)*. Thousand Oaks, CA: Sage Publications

