

SIMULASI SISTEM PEGAS MASSA

Dwi Candra Vitaloka³⁰, Moh Hasan³¹, Rusli Hidayat³²

***Abstract.** Mass spring system is a system composed of objects that have mass and are connected by a spring. The series of spring can be composed of several pieces of spring are mounted in series or parallel as required. The springs are mounted in series will reduce the value of the spring constant, while the installation of spring in parallel to increase the value of the spring constant. This study aimed to examine the behavior of the spring system, both without and with the friction created friction with the variation of mass, spring constant and the formation of different spring system. Formation spring system is the formation of a simple spring system arranged in series or parallel. The stage of research was conducted on the determination of the mathematical equations for the motion of the mass determined from the equilibrium position of the spring system formation include a mass spring system connected to two springs arranged series, a mass spring system connected to two springs arranged parallel and two mass spring system connected by two springs arranged series, then made a spring system simulation program.*

***Key Words:** Mass spring system, harmonik, friction, simulation.*

PENDAHULUAN

Sistem pegas massa merupakan suatu sistem yang tersusun dari benda yang memiliki massa dan terhubung dengan pegas. Rangkaian pegas dapat disusun dari beberapa buah pegas yang dipasang secara seri ataupun paralel sesuai dengan kebutuhan. Pegas-pegas yang dipasang secara seri akan menurunkan nilai konstanta pegas, sedangkan pemasangan pegas secara paralel akan menaikkan nilai konstanta pegas.

Terdapat beberapa penelitian dan referensi yang membahas mengenai sistem pegas massa yang terdiri dari satu pegas dan satu massa, antara lain penelitian yang dilakukan oleh Nohoglu (2008). Nohuglu membuat model sistem pegas dengan pendekatan sistem dinamik pada sekolah menengah tingkat pertama. Madlazim (2008) mendesaian profil getaran sistem pegas teredam dengan menggunakan program Ejs. Woyand (2010) membuat suatu program yang bisa menghitung nilai gaya pegas dari beberapa pegas yang disusun secara seri, paralel maupun susunan seri-paralel. Cristina dan Napoles (2010) membuat profil getaran osilasi pada sistem pegas massa yang teredam dengan menggunakan Excel. Dari uraian di atas, dibuat simulasi getaran harmonik sederhana dan teredam dengan menggunakan rangkaian sistem pegas massa yang terdiri lebih dari satu pegas.

³⁰Mahasiswa Magister Matematika FMIPA Universitas Jember

³¹Staf Pengajar Jurusan Matematika FMIPA Universitas Jember

³²Staf Pengajar Jurusan Matematika FMIPA Universitas Jember

METODE PENELITIAN

Untuk membuat simulasi sistem pegas massa, tahapan penelitian yang dilakukan meliputi penentuan persamaan matematika untuk gerakan massa ditentukan dari posisi setimbang pada formasi sistem pegas antara lain sistem pegas sebuah massa dihubungkan dengan dua buah pegas tersusun seri, sistem pegas sebuah massa dihubungkan dengan dua buah pegas tersusun paralel dan sistem pegas dua buah massa dihubungkan dengan dua buah pegas tersusun seri, kemudian membuat program simulasi sistem pegas.

Variasi massa dan konstanta pegas yang digunakan antara lain :

- a) Sistem pegas sebuah massa dihubungkan dengan dua buah pegas tersusun seri;
 1. k_1, k_2 tetap sedangkan massa bertambah besar dua kali
 2. $k_1 k_2 > k_1 + k_2$, dengan syarat $k_1, k_2 \neq 1$, sedangkan massa tetap dan massa bertambah besar dua kali
 3. $k_1 k_2 \leq k_1 + k_2$ sedangkan massa tetap dan massa bertambah besar dua kali
- b) Sistem pegas sebuah massa dihubungkan dengan dua buah pegas tersusun paralel;
 1. k_1, k_2 tetap sedangkan massa bertambah besar dua kali
 2. $k_1 + k_2$ bertambah satu sedangkan massa tetap dan bertambah besar dua kali.
- c) Sistem pegas dua buah massa dihubungkan dengan dua buah pegas tersusun seri.
 1. k_1, k_2 tetap dan berbeda sedangkan nilai m_1, m_2 sama
 2. k_1, k_2 tetap dan sama sedangkan nilai m_1, m_2 berbeda

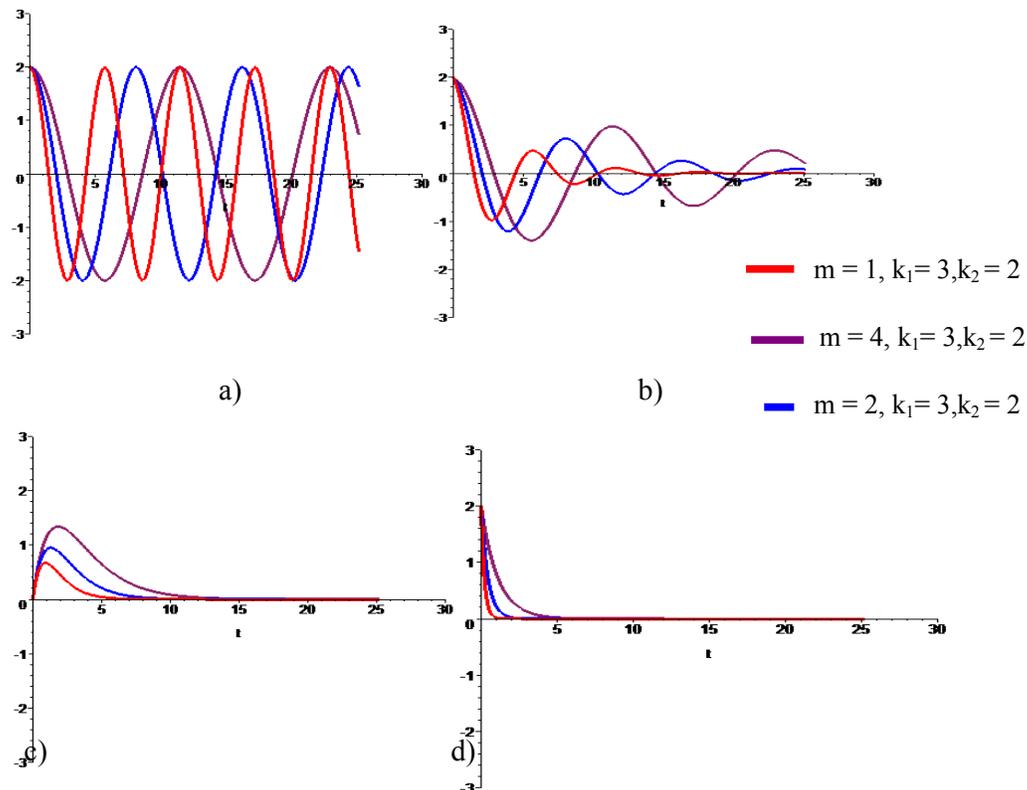
HASIL DAN PEMBAHASAN

Untuk membuat simulasi sistem pegas massa, tahapan penelitian yang dilakukan meliputi penentuan persamaan matematika untuk gerakan massa ditentukan dari posisi setimbang pada formasi sistem pegas antara lain sistem pegas sebuah massa dihubungkan dengan dua buah pegas tersusun seri, sistem pegas sebuah massa dihubungkan dengan dua buah pegas tersusun paralel dan sistem pegas dua buah massa dihubungkan dengan dua buah pegas tersusun seri, kemudian membuat program simulasi sistem pegas.

a. Sistem Sebuah Massa dihubungkan dengan Dua Buah Pegas Tersusun Seri

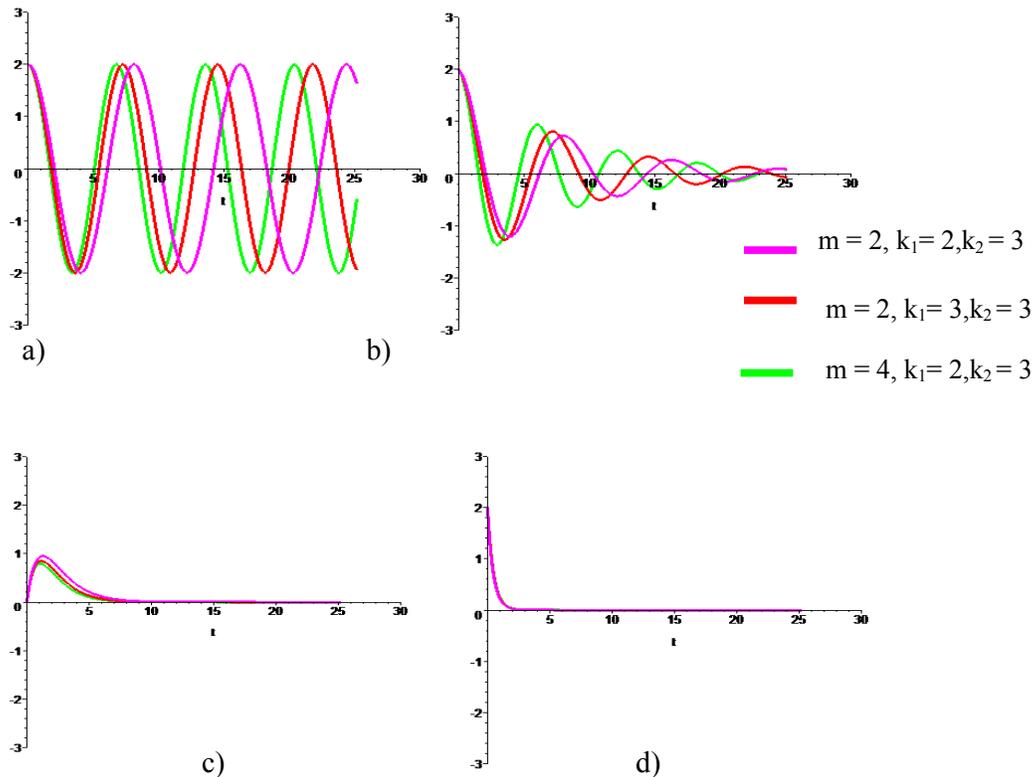
Pada kasus nilai konstanta pegas kesatu k_1 dan nilai konstanta pegas kedua k_2 tetap. Gambar 3.1.a menunjukkan profil getaran yang stabil dan tidak berhenti dengan

amplitudo tetap, frekuensi getaran rata-rata berkurang $0,2/\pi$ Hz untuk massa yang lebih besar 2 kali. Gambar 3.1.b menunjukkan amplitudo getaran grafik berwarna merah berkurang lebih cepat dua kali menuju ke titik setimbang. Gambar 3.1.c menunjukkan amplitudo getaran grafik berwarna merah lebih kecil dua kali dan lebih cepat menuju ke titik setimbang. Gambar 3.1.d menunjukkan profil getaran tanpa osilasi, grafik berwarna merah lebih cepat dua kali bergerak menuju titik keseimbangan dibandingkan grafik berwarna biru dan maroon.



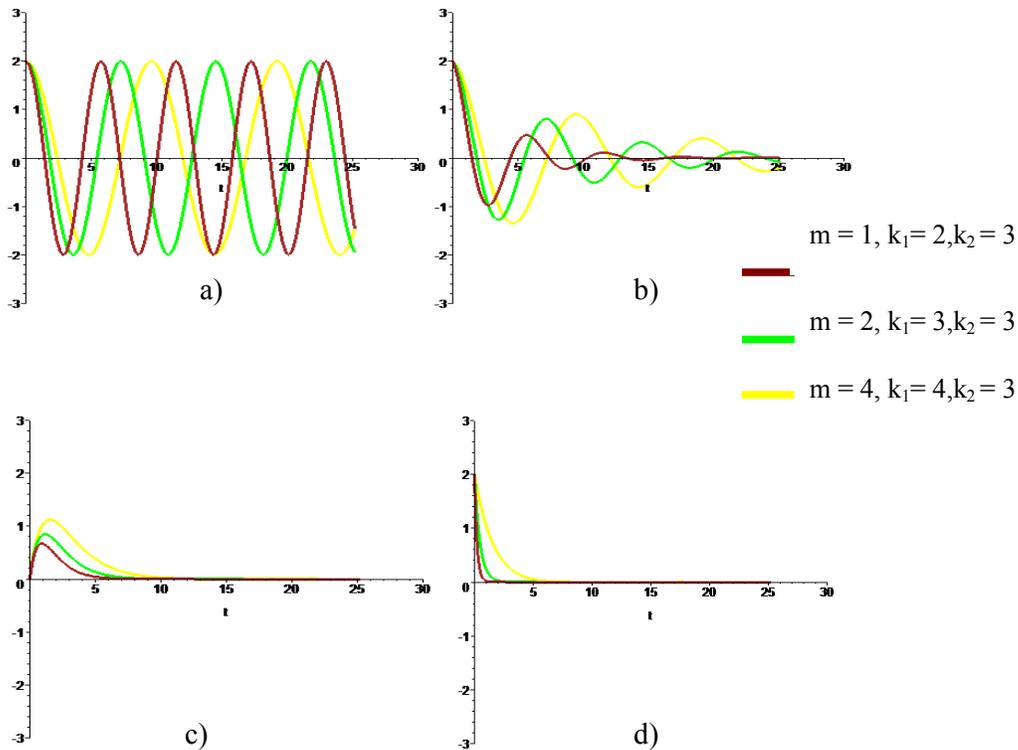
Gambar 1. Profil Getaran Pegas dengan Satu Beban Massa dan Dua Konstanta Berbeda Tersusun Seri, jika Massa bertambah Besar Dua Kali, sedangkan Nilai k_1, k_2 Tetap. a) Harmonik b) *Underdamped* dengan redaman $c = 0,5$ c) *Critically damped* dengan redaman $c = \sqrt{4k_s m}$ d) *Overdamped* dengan redaman $c = 5$

Pada kasus nilai $k_1 k_2 > k_1 + k_2$ dengan syarat $k_1, k_2 \neq 1$ untuk massa yang sama, frekuensi getaran rata-rata bertambah $0,04/\pi$ Hz, profil getaran ditunjukkan pada Gambar 2.a. Gambar 2.b, grafik garis berwarna magenta berkurang lebih cepat menuju ke titik setimbang. Gambar 2.c, amplitudo getaran grafik berwarna hijau lebih kecil dua kali dan lebih cepat menuju ke titik setimbang. Gambar 2.d menunjukkan profil getaran tanpa osilasi, amplitudo getaran grafik berwarna magenta, merah dan hijau menjadi satu.



Gambar 2. Profil Getaran Pegas dengan Satu Beban Massa dan Dua Konstanta Berbeda Tersusun Seri, jika $k_1 k_2 > k_1 + k_2$ sedangkan Massa Tetap, dengan syarat $k_1, k_2 \neq 1$ a) Harmonik b) *Underdamped* dengan redaman $c = 0,5$ c) *Critically damped* dengan redaman $c = \sqrt{4k_s m}$ d) *Overdamped* dengan redaman $c = 5$

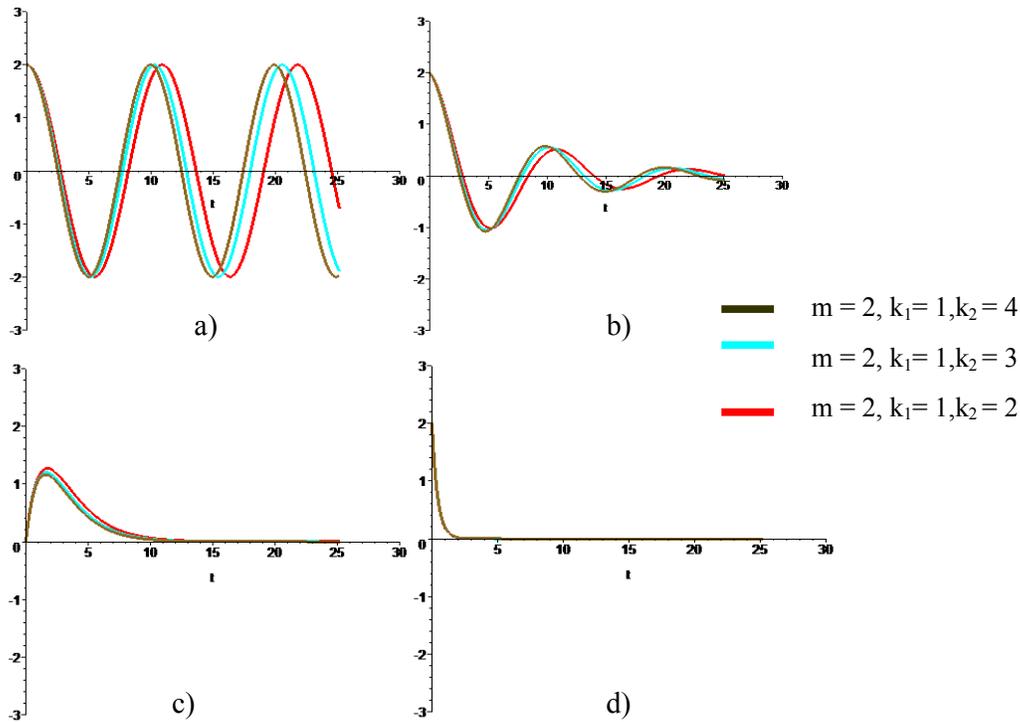
Pada kasus nilai $k_1 k_2 > k_1 + k_2$ dengan syarat $k_1, k_2 \neq 1$ untuk massa yang berbeda dan lebih besar dua kali, frekuensi getaran rata-rata berkurang $0,11/\pi$ Hz, ditunjukkan pada Gambar 3.a. Gambar 3.b, grafik garis berwarna coklat berkurang lebih cepat dua kali menuju ke titik setimbang. Gambar 3.c menunjukkan amplitudo getaran grafik berwarna coklat lebih kecil dan lebih cepat menuju ke titik keseimbangan. Gambar 3.d menunjukkan profil getaran tanpa osilasi, grafik berwarna coklat lebih cepat bergerak menuju titik keseimbangan dibandingkan grafik berwarna kuning dan hijau.



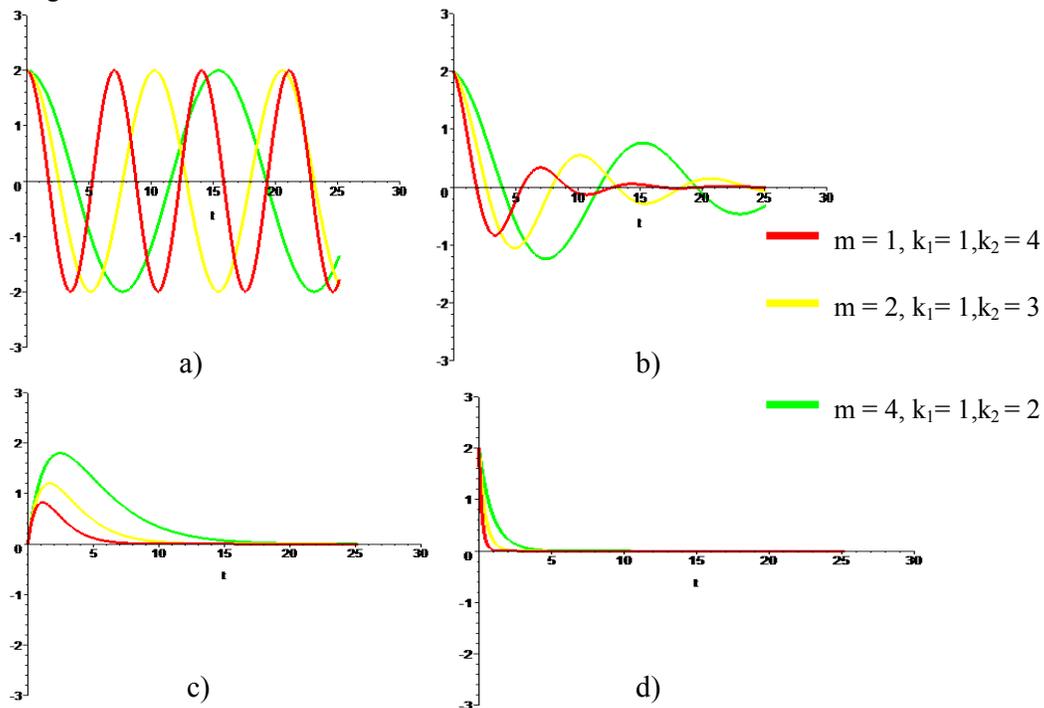
Gambar 3 Profil Getaran Pegas dengan Satu Beban Massa dan Dua Konstanta Berbeda Tersusun Seri jika $k_1 k_2 > k_1 + k_2$, sedangkan Massa Bertambah Besar Dua Kalidengan Syarat $k_1, k_2 \neq 1$. a) Harmonik b) *Underdamped* dengan redaman $c = 0,5$ c) *Critically damped* dengan redaman $c = \sqrt{4k_s m}$ d) *Overdamped* dengan redaman $c = 5$

Pada gambar 4.a, jika nilai $k_1 k_2 \leq k_1 + k_2$ untuk massa yang sama dan jumlah perkalian maupun pertambahan konstanta pegas berkurang satu, jumlah osilasi dalam satu satuan waktu akan berkurang $0,02/\pi$ Hz. Gambar 4.b menunjukkan bahwa amplitudo getaran grafik berwarna sienna berkurang lebih cepat menuju ke titik setimbang. Gambar 4.c menunjukkan amplitudo getaran grafik berwarna sienna lebih kecil dan lebih cepat mencapai titik keseimbangan. Gambar 3.4.d amplitudo getaran grafik berwarna sienna, cyan dan merah menjadi satu.

Pada gambar 5.a. Jika nilai $k_1 k_2 \leq k_1 + k_2$, untuk massa yang berbeda dan lebih besar dua kali, frekuensi getaran rata-rata berkurang $0,13/\pi$ Hz. Gambar 5.b, menunjukkan amplitudo getaran grafik berwarna merah berkurang lebih cepat menuju titik seimbangan. Gambar 5.c menunjukkan amplitudo getaran grafik berwarna merah lebih kecil dan lebih cepat dua kali menuju titik keseimbangan dibandingkan grafik berwarna kuning dan hijau. Gambar 5.d menunjukkan profil getaran tanpa osilasi, grafik berwarna merah lebih cepat menuju titik seimbang.



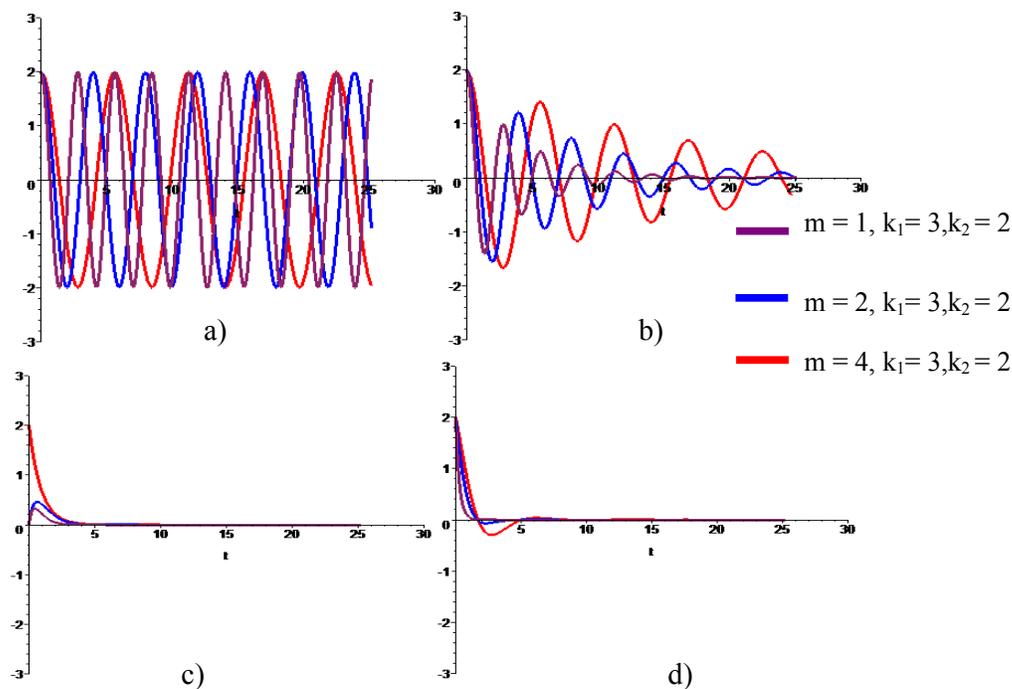
Gambar 4 Profil Getaran Pegas dengan Satu Beban Massa dan Dua Konstanta Berbeda Tersusun Seri, jika $k_1 k_2 \leq k_1 + k_2$ sedangkan Massa Tetap. a) Harmonik b) *Underdamped* dengan redaman $c = 0,5$ c) *Critically damped* dengan redaman $c = \sqrt{4k_1 m}$ d) *Overdamped* dengan redaman $c = 5$



Gambar 5 Profil Getaran Pegas dengan Satu Beban Massa dan Dua Konstanta Berbeda Tersusun Seri, jika $k_1 k_2 \leq k_1 + k_2$ sedangkan Massa Bertambah Besar Dua Kali. a) Harmonik b) *Underdamped* dengan redaman $c = 0,5$ c) *Critically damped* dengan redaman $c = \sqrt{4k_s m}$ d) *Overdamped* dengan redaman $c = 5$

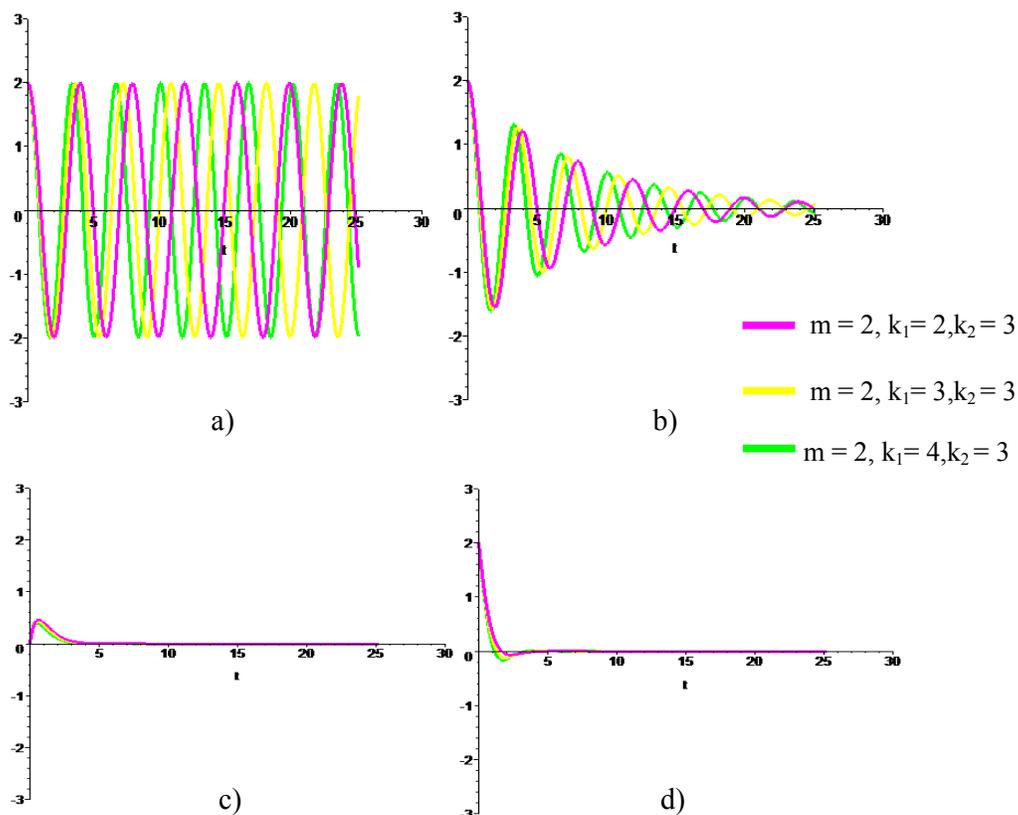
b. Sistem Sebuah Massa dihubungkan dengan Dua Buah Pegas Tersusun Paralel

Gambar 6.a, menunjukkan profil getaran pegas jika nilai konstanta pegas kesatu k_1 dan kedua k_2 nilai tetap sedangkan massa bertambah besar dua kali. Untuk nilai massa yang lebih besar dua kali maka frekuensi getaran rata-rata bertambah $0,3/\pi$ Hz. Gambar 6.b, menunjukkan amplitudo getaran grafik berwarna maroon berkurang lebih cepat menuju ke titik setimbang. Gambar 6.c getaran grafik berwarna maroon dan biru berosilasi satu kali, sedangkan grafik berwarna merah tidak terjadi osilasi dikarenakan massanya lebih besar dua kali. Gambar 6.d menunjukkan grafik berwarna maroon lebih cepat bergerak menuju titik keseimbangan dibandingkan grafik berwarna biru dan maroon.



Gambar 6 Profil Getaran Pegas dengan Satu Beban Massa dan Dua Konstanta Berbeda Tersusun Paralel, jika $k_1 + k_2$ Tetap sedangkan Massa Bertambah Besar Dua Kali. a) Harmonik b) *Underdamped* dengan redaman $c = 0,5$ c) *Critically damped* dengan redaman $c = \sqrt{4k_p m}$ d) *Overdamped* dengan redaman $c = 5$

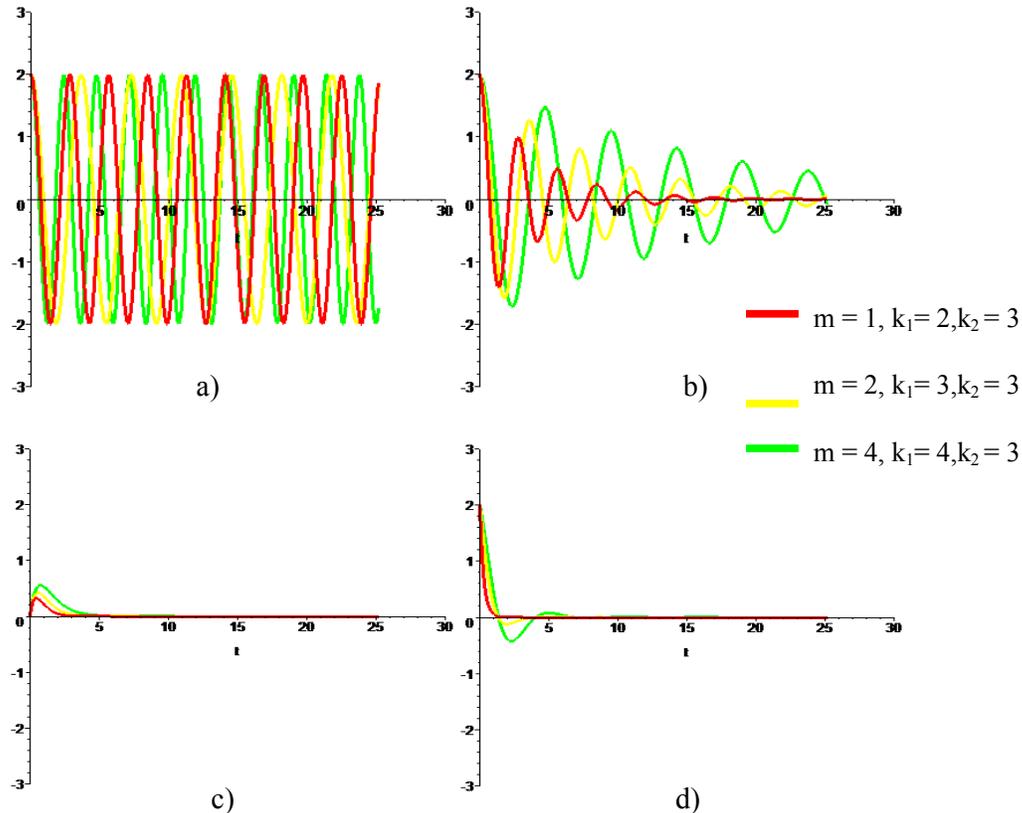
Pada kasus nilai $k_1 + k_2$ bertambah besar satu, untuk massa yang sama jumlah osilasi dalam satu satuan waktu akan lebih banyak $0,1/\pi$ Hz, ditunjukkan pada gambar 7.a. Gambar 7.b, menunjukkan bahwa amplitudo getaran grafik berwarna hijau berkurang lebih cepat menuju titik keseimbangan. Gambar 7.c menunjukkan amplitudo getaran grafik berwarna hijau lebih kecil dan lebih cepat menuju titik keseimbangan dibandingkan grafik berwarna cyan dan kuning. Gambar 7.d menunjukkan profil getaran tanpa osilasi, grafik berwarna hijau lebih cepat menuju titik seimbang.



Gambar 7. Profil Getaran Pegas dengan Satu Beban Massa dan Dua Konstanta Berbeda Tersusun Paralel, jika $k_1 + k_2$ Bertambah Besar Satu, sedangkan Massa Tetap. a) Harmonik b) *Underdamped* dengan redaman $c = 0,5$ c) *Critically damped* dengan redaman $c = \sqrt{4k_p m}$ d) *Overdamped* dengan redaman $c = 5$

Jika nilai $k_1 + k_2$ bertambah besar satu untuk massa yang berbeda, gambar 8.a, jumlah osilasi dalam satu satuan waktu akan berkurang $0,2/\pi$ Hz untuk massa yang lebih besar dua kali. Gambar 8.b, untuk massa yang berbeda, menunjukkan bahwa amplitudo getaran grafik berwarna merah berkurang lebih cepat menuju titik keseimbangan. Gambar 8.c menunjukkan amplitudo getaran grafik berwarna merah

lebih kecil dan lebih cepat dua kali menuju titik keseimbangan dibandingkan grafik berwarna kuning dan hijau. Gambar 8.d menunjukkan profil getaran tanpa osilasi, grafik berwarna merah lebih cepat menuju titik seimbang.



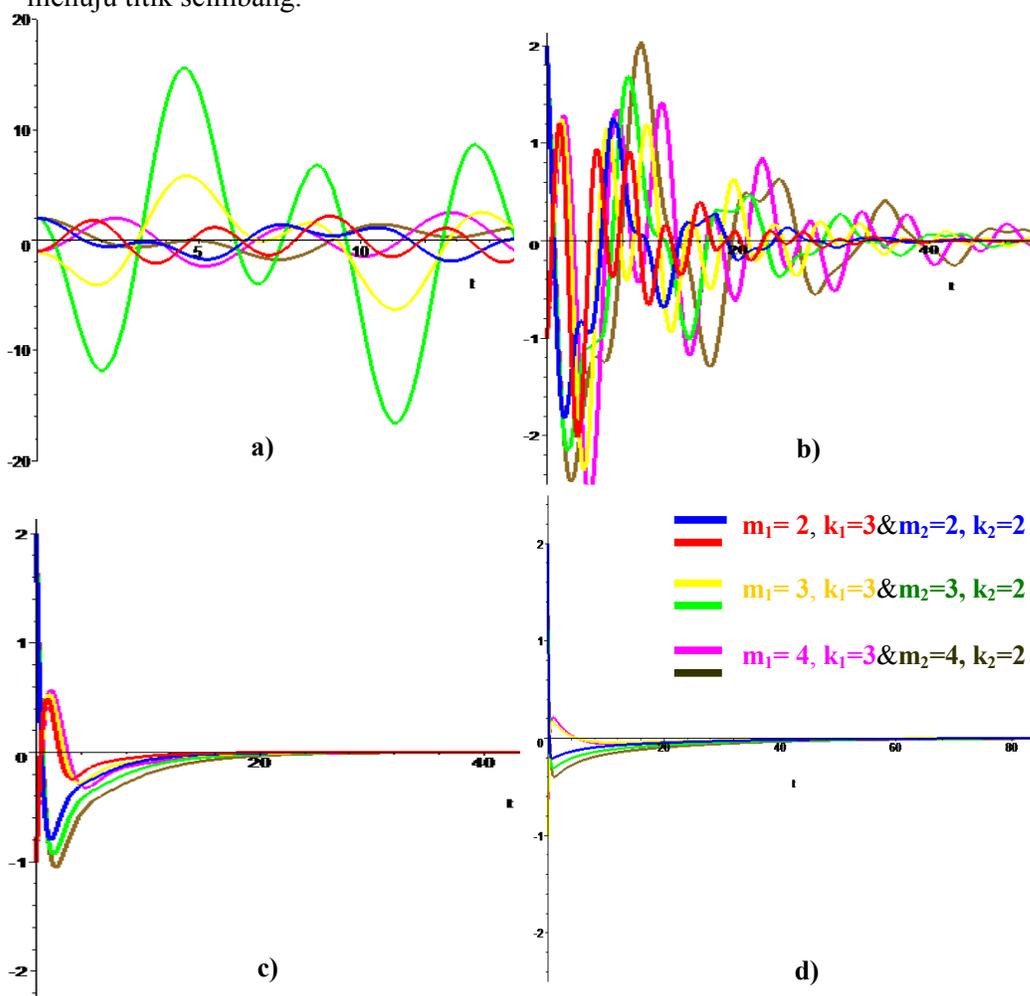
Gambar 8 Profil Getaran Pegas dengan Satu Beban Massa dan Dua Konstanta Berbeda Tersusun Paralel jika $k_1 + k_2$ Bertambah Besar Satu, sedangkan Massa Bertambah Besar Dua Kali. a) Harmonik b) Underdamped dengan redaman $c = 0,5$ c) Critically damped dengan redaman $c = \sqrt{4k_p m}$ d) Overdamped dengan redaman $c = 5$

c. Sistem Dua Buah Massa dihubungkan dengan Dua Buah Pegas Tersusun Seri

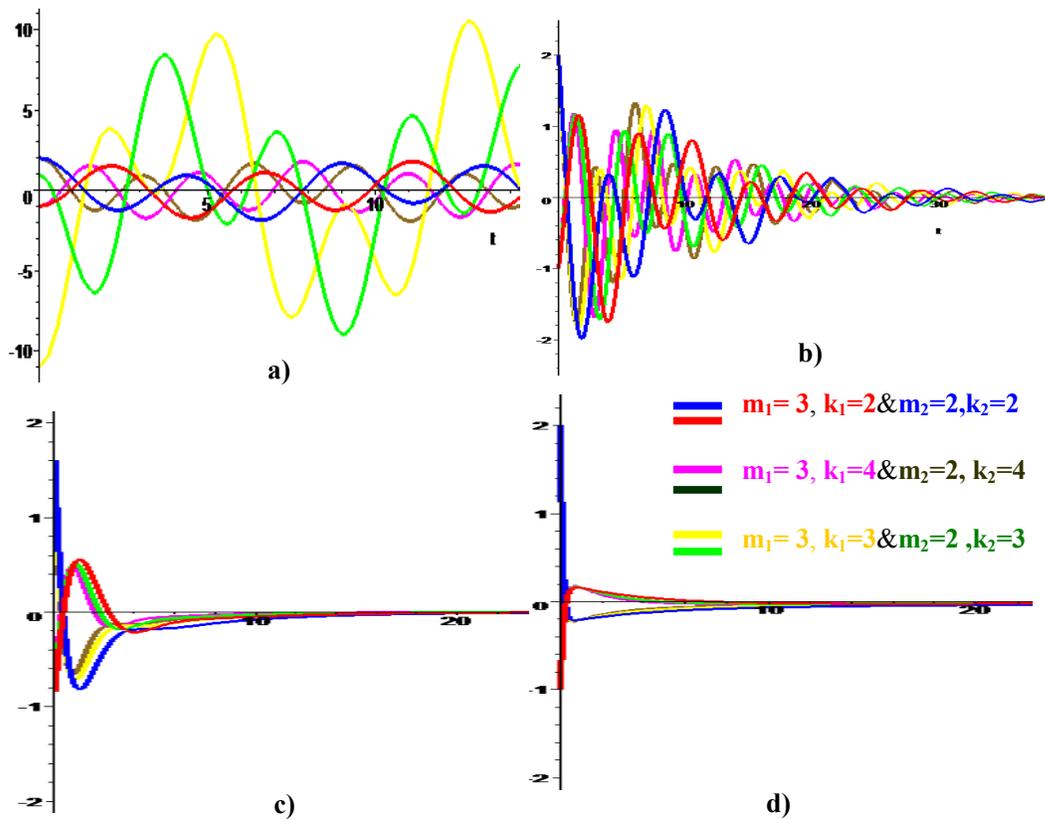
Pada gambar 9.a, jika nilai k_1, k_2 tetap dan berbeda, sedangkan nilai m_1, m_2 sama dan bertambah satu. Untuk massa yang lebih besar satu, maka jumlah osilasi kedua benda rata-rata berkurang $0,1/\pi$ Hz. Getaran yang terjadi tidak berhenti tetapi bergerak dengan amplitudo yang berbeda, dikarenakan ada perbedaan nilai massa pegas kesatu dan massa pegas kedua. Gambar 9.b, pasangan grafik berwarna biru dan merah, amplitudo getaran berkurang lebih cepat menuju titik keseimbangan. Gambar 9.c menunjukkan amplitudo getaran pasangan grafik berwarna biru dan merah lebih kecil dan berkurang lebih cepat dibandingkan kedua pasangan grafik yang lain. Gambar 9.d

menunjukkan profil getaran tanpa osilasi, pasangan grafik berwarna biru dan merah lebih cepat menuju titik seimbang.

Pada gambar 10.a, jika nilai k_1, k_2 tetap dan sama, sedangkan nilai m_1, m_2 berbeda maka jumlah osilasi kedua benda rata-rata bertambah $0,1/\pi$ Hz untuk konstanta yang lebih besar satu. Gambar 10.b, pasangan grafik berwarna biru dan merah, amplitudo getaran berkurang lebih cepat menuju titik keseimbangan. Gambar 10.c menunjukkan amplitudo getaran pasangan grafik berwarna biru dan merah lebih kecil dan berkurang lebih cepat dibandingkan kedua pasangan grafik yang lain. Gambar 10.d menunjukkan profil getaran tanpa osilasi, pasangan grafik berwarna biru dan merah lebih cepat menuju titik seimbang.



Gambar 9. Profil Getaran Pegas dengan Dua Beban Massa dan Dua Konstanta Tersusun Seri, jika nilai k_1, k_2 tetap dan berbeda sedangkan nilai m_1, m_2 sama. a) Harmonik b) *Underdamped* dengan redaman $c = 0,5$ c) *Critically damped* dengan redaman $c = \sqrt{4km}$ d) *Overdamped* dengan redaman $c = 5$



Gambar 10. Profil Getaran Pegas dengan Dua Beban Massa dan Dua Konstanta Tersusun Seri, jika nilai k_1, k_2 Tetap dan Sama sedangkan nilai m_1, m_2 Berbeda. a) Harmonik b) *Underdamped* dengan redaman $c = 0,5$ c) *Critically damped* dengan redaman $c = \sqrt{4km}$ d) *Overdamped* dengan redaman $c = 5$

HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil selesain sistem pegas massa gerak bebas tanpa gaya gesek tidak menunjukkan penurunan eksponensial, ditunjukkan pada Gambar 1.a sampai dengan gambar 10.a, bahwa getaran pegas stabil. Untuk sistem pegas massa dengan gaya gesek terdapat tiga kasus yang tergantung pada syarat diskriminannya. Pada gambar 1.b sampai dengan 10.b, nilai redaman pada tingkat *underdamped* diambil untuk sembarang nilai $c = 0,5$. Gambar 1.c sampai dengan 10.c nilai redaman pada tingkat *critically damped* diambil nilai $c = \sqrt{4km}$. Pada gambar 1.d sampai dengan 10.d nilai redaman pada tingkat *overdamped* diambil nilai $c = 5$.

Pada sistem sebuah massa dihubungkan dengan dua buah pegas tersusun seri:

- a. Jika nilai k_1 dan k_2 tetap, sedangkan massa bertambah besar dua kali, untuk nilai massa yang lebih kecil dua kali, maka amplitudo getaran berkurang lebih cepat dua kali menuju titik keseimbangan.
- b. Jika $k_1 k_2 > k_1 + k_2$, dengan syarat $k_1, k_2 \neq 1$.
1. Untuk massa yang sama dan nilai perkalian k_1 dan k_2 lebih kecil dua kali, maka amplitudo getaran berkurang lebih cepat menuju titik keseimbangan.
 2. Untuk massa yang berbeda, jika nilai massa dan nilai perkalian $k_1 k_2$ lebih kecil dua kali, maka amplitudo getaran berkurang lebih cepat menuju titik keseimbangan.
- c. Jika $k_1 k_2 \leq k_1 + k_2$.
1. Untuk massa tetap dan jumlah perkalian maupun pertambahan konstanta pegas berkurang satu, semakin besar nilai perkalian k_1 dan k_2 , maka amplitudo getaran berkurang lebih cepat menuju titik keseimbangan.
 2. Untuk massa yang berbeda dan lebih besar dua kali, semakin kecil nilai massa maka amplitudo getaran berkurang lebih cepat menuju titik keseimbangan.
- Pada sistem sebuah massa dihubungkan dengan dua buah pegas tersusun paralel:
- a. Jika k_1 dan k_2 tetap, sedangkan massa bertambah besar dua kali, maka amplitudo getaran berkurang lebih cepat dua kali menuju titik keseimbangan.
- b. Jika $k_1 + k_2$ bertambah satu.
1. Untuk massa yang sama, amplitudo getaran berkurang lebih cepat menuju titik keseimbangan.
 2. Untuk massa yang berbeda dan lebih kecil dua kali, maka amplitudo getaran berkurang lebih cepat dua kali menuju titik keseimbangan.
- Pada Sistem pegas dua buah massa dihubungkan dengan dua buah pegas tersusun seri: Jika k_1 dan k_2 tetap, sedangkan nilai m_1, m_2 sama, untuk nilai kedua massa berkurang satu, maka amplitudo getaran berkurang lebih cepat menuju titik keseimbangan. Jika k_1 dan k_2 tetap, sedangkan nilai m_1, m_2 berbeda, untuk nilai kedua konstanta berkurang satu dan massa lebih kecil satu kali, maka amplitudo getaran berkurang lebih cepat menuju titik keseimbangan..

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil dan pembahasan dapat ditarik kesimpulan tentang perilaku kualitatif sistem pegas massa

1. Pada sistem pegas massa tanpa gaya gesekan untuk konstanta pegas yang tetap dan massa bertambah, maka jumlah osilasi dalam satu satuan waktu semakin rendah. Sedangkan pada massa m yang sama, jika konstanta pegas bertambah maka jumlah osilasi dalam satu satuan waktu semakin tinggi.
2. Pada sistem pegas massa dengan gaya gesekan untuk konstanta pegas yang tetap, dan massa bertambah, maka amplitudo getaran bertambah besar dan periode getaran semakin lama menuju titik keseimbangan. Sedangkan pada massa yang sama dan konstanta pegas berbeda, maka amplitudo getaran berkurang lebih cepat dua kali menuju titik keseimbangan.

DAFTAR PUSTAKA

- Cristina, M dan Napoles, S . 2010. *Using a Spreadsheet to Study the Oscillatory Movement of a Mass–Spring Sistem*. Article. Jurnal Spreadshet in Education. <http://epublications.bond.edu.au/ejsie/vol3/iss3/2>. [10 Maret 2012]
- Hadiansyah, R. 2008. *Profil Getaran Pegas dengan Pengaruh Gaya Luar dan Variasi Factor Redaman* . Skripsi, Fakultas MIPA Matematika: UNEJ.
- Madlazim. 2008. *Mendesain Eksperimen Virtual Sistem Pegas Teredam Menggunakan Software Opensource Easy Java Simulation*. Artikel. Fakultas MIPA Fisika : Universitas Negeri Surabaya. <http://madlazim.tripod.com>. [23 April 2012]
- Nuhoglu, H. 2008. *Modeling Spring Mass Sistem With Sistem Dynamics Approach In Middle School Education*. Artikel. The Turkish Online Journal of Educational Technology – TOJET July 2008 ISSN: 1303-6521 volume 7 Issue 3. <http://tojet.net/articles/733.pdf>. [20 Oktober 2011]
- Woyand, H. 2010. *Computation of Spring Sistem with Python*. Artikel. University of Wuppertal Dep. D-Mechanical Engineering. <http://mbi-wiki.uni-wuppertal.de>. [20 Oktober 2011]