

**ANALISIS MODEL MATEMATIKA PERTUKARAN PANAS PADA FLUIDA  
DI HEAT EXCHANGER TIPE SHELL AND TUBE YANG DIGUNAKAN  
DI PT. PUPUK KALTIM TBK.**

**Qoriatul<sup>2</sup>, Arif<sup>3</sup>, Dafik<sup>4</sup>, Nurcholif<sup>5</sup>**

***Abstract.** Materials to produce fertilizer are  $NH_3$  Liquid and  $CO_2$  gas. Required  $CO_2$  gas should be free from condensation, so  $CO_2$  gas is refrigerated in intercooler. In this research, we analyse of mathematic model for heat transfer in fluid with finite volume method. We will review how the  $CO_2$  gas cooling process from mathematics model point of view. We will model the equations for  $CO_2$  gas cooling process which includes momentum dan energy. After that this model will be discretizated. For numerical solution, we will use Matlab and Fluent to simulate  $CO_2$  gas cooling process. The simulation result using Matlab and Fluent forms will be presented descriptively in charts, tables, and images to show how the distribution process of heat transfer. The result show for error is 0,0087. In conclusion the model accurate for solving heat transfer process in  $CO_2$  gas.*

***Key Words :** Mathematics Models, Heat transfer, Finite Volume Methode,*

## **PENDAHULUAN**

Pesatnya perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi membuat matematika menjadi sangat penting artinya. Perkembangan teknologi salah satunya dibuktikan dengan lahirnya alat penukar kalor atau yang dinamakan *heat exchanger*. Berdasarkan TEMA (*Tubular Exchanger Manufacturer Association*) jenis penukar kalor dibagi menjadi dua kelompok besar berdasarkan pemakaiannya di industri untuk pemakaian dengan kondisi kerja yang berat dan untuk pemakaian umum yang dasar produksinya lebih memperhatikan aspek ekonomi dengan ukuran dan kapasitas pemindahan panas yang kecil. PT. Pupuk Kalimantan Timur, Tbk merupakan perusahaan industri pupuk urea memiliki pabrik urea POPKA (Proyek Optimalisasi Pupuk Kaltim). Untuk membuat pupuk urea, dibutuhkan gas  $CO_2$  dan cairan  $NH_3$ . Pada pabrik urea POPKA salah satu *heat exchanger* yang digunakan adalah jenis *intercooler* untuk mendinginkan gas  $CO_2$  yang keluar dari kompresor untuk masuk ke kompresor berikutnya. Pemodelan *heat exchanger* bertujuan untuk memprediksi perpindahan panas yang keadaannya bisa disesuaikan dengan keadaan sebenarnya.

---

<sup>2</sup> Mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Jember

<sup>3</sup> Dosen Program Studi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Jember

<sup>4</sup> Dosen Program Studi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Jember

<sup>5</sup> Dosen Program Studi Pendidikan Matematika FKIP Universitas Jember

Berdasarkan uraian di atas, rumusan masalah dalam penelitian ini adalah bagaimana model matematika perpindahan panas pada fluida di *heat exchanger* tipe *shell and tube* saat proses pendinginan gas  $CO_2$ , bagaimana hasil diskritisasi model perpindahan panas pada proses pendinginan gas  $CO_2$  menggunakan diskritisasi *QUICK*, dan bagaimana akurasi model matematika perpindahan panas pada fluida di *heat exchanger* tipe *shell and tube* saat proses pendinginan gas  $CO_2$ . Penelitian ini memberikan manfaat yaitu dapat menambah pengetahuan peneliti dalam bidang pemodelan matematika, memberikan kontribusi terhadap berkembangnya pengetahuan baru dalam bidang pemodelan matematika menggunakan metode volume hingga, memberikan suatu program baru dalam Matlab yang dapat digunakan sebagai acuan efektifitas metode volume hingga khususnya pada perpindahan panas pada fluida di *heat exchanger* tipe *shell and tube*.

English (dalam Parlaungan, 2008:4) mengatakan bahwa pemodelan matematika (*mathematical modelling*) adalah penurunan suatu studi tentang konsep dan operasi matematika dalam konteks dunia real dan pembentukan model-model dalam menggali dan memahami situasi masalah kompleks yang sesungguhnya. Representasi matematika yang dihasilkan dari proses ini dikenal sebagai model matematika. Model matematika adalah sekumpulan fungsi-fungsi yang menyatakan hubungan antara beberapa peubah-peubah yang berbeda (Wikipedia, 2011. Tanggal Akses: 21 Februari 2012). Suatu model matematika sebagai pendekatan terhadap suatu fenomena (alami atau buatan) hanya mencakup daerah yang terbatas dari fenomena yang tak terbatas atau fenomena yang bersifat diskrit, walaupun model tersebut masih dianggap sebagai bentuk yang sangat ideal dan yang sangat mendekati fenomena fisik lainnya.

Untuk menyelesaikan persamaan model matematika salah satunya menggunakan metode volume hingga. Menurut Apsley (dalam Tondok, 2009:16) metode volume hingga adalah salah satu metode yang dapat digunakan untuk pemodelan matematika. Metode volume hingga sesuai diterapkan pada masalah aliran fluida atau aerodinamika. Aliran fluida yang memenuhi sifat fisis tersebut dapat dibangun dengan persamaan matematika, yang umumnya memenuhi hukum kekekalan energi, hukum kekekalan massa, dan persamaan momentum. Pada metode volume hingga, domainnya harus diketahui dengan jelas. Dari domain tersebut, dibagi menjadi bagian-bagian atau *grid-grid* baik terstruktur maupun tidak. Pada pemodelan masing-masing *grid* memenuhi

persamaan matematika yang terbentuk. Persamaan yang terbentuk dalam *face* (sisi atau permukaan) sehingga perlu diubah menjadi *node* (titik) agar tidak saling tumpang tindih. Dalam metode ini perlu dilakukan pendiskritan untuk mengubah kontrol *face* menjadi kontrol *node* sehingga persamaan yang terbentuk merupakan nilai *node*. Prosedur dalam metode volume hingga menurut Apsley (dalam Tondok, 2009:17) adalah :

1. mendefinisikan bentuk geometri aliran;
2. domain dari aliran diuraikan dalam *mesh* atau *grid* dari volume kontrol yang tidak tumpang tindih dan dapat membentuk persamaan yang telah dimodelkan;
3. persamaan yang didiskritkan nilainya merupakan pendekatan dari nilai masing-masing pada titik;
4. persamaan yang didiskritkan diselesaikan secara numerik.

## **METODE PENELITIAN**

Penelitian ini merupakan jenis penelitian studi kasus (Yin, 2003). Dengan studi kasus variabel-variabel yang berpengaruh pada proses pendinginan gas  $CO_2$  di dalam *heat exchanger* dalam pemodelan menggunakan metode volume hingga dibandingkan dengan keadaan yang sebenarnya di lapangan.

Tempat penelitian dilakukan di PT. Pupuk Kalimantan Timur Kota Bontang. Sedangkan penyelesaian numerik dan pemodelan *Computational Fluid Dynamics* dilakukan di laboratorium matematika gedung III FKIP Universitas Jember yang telah tersedia sarana dan prasarana yang mendukung. penelitian ini dengan adanya komputer yang dilengkapi dengan program *MATLAB 7* untuk penyelesaian numerik dan *FLUENT* untuk simulasi pemodelan.

Metode pengumpulan data yang digunakan adalah metode wawancara dan metode dokumentasi. Wawancara dilakukan dengan salah satu karyawan PT.Pupuk Kaltim Tbk. Sedangkan untuk dokumentasi dari literatur, data di pabrik, dan internet.

## **HASIL DAN PEMBAHASAN**

Berdasarkan prinsip kesetimbangan momentum, maka persamaan momentum yang bekerja di *heat exchanger* pada proses pendinginan gas  $CO_2$  adalah :

$$\rho \frac{\partial T_0}{\partial t} + \rho u \frac{\partial T_e}{\partial x} - \rho u \frac{\partial T_w}{\partial x} = -\frac{\partial P}{\partial x} + 2\mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \rho \frac{\partial g}{\partial x} \quad (1)$$

Pada persamaan pendinginan gas  $CO_2$ , persamaan tersusun dari persamaan momentum dan persamaan energi. Berdasarkan hukum kesetimbangan energi, maka persamaan konservasi energi pada proses pendinginan gas  $CO_2$  yang bekerja di *heat exchanger* adalah:

$$\frac{\partial T_0}{\partial t} + \rho u \frac{\partial T_e}{\partial x} - \rho u \frac{\partial T_w}{\partial x} = -\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial T_0}{\partial x} 2\mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (2)$$

Persamaan 4 dan 5 akan diselesaikan menggunakan metode volume hingga dengan menggabungkan persamaan energi dan persamaan momentum. Maka Persamaan 10 menjadi:

$$\begin{aligned} & \rho \left( -\rho u T_e + \rho u T_w - Q - 2\mu u T_0 \frac{u}{\Delta x} \right) + \\ & \rho u T_e - \rho u T_w = -p + 2\mu \frac{u}{\Delta x} + \rho g \end{aligned} \quad (3)$$

Persamaan 3 dapat ditulis menjadi:

$$T_e \left( -\rho^2 u + \rho u \right) + T_w \left( \rho^2 u - \rho u \right) = -p + \rho(g + Q) + 2\mu u \Delta x (1 - \rho u) \quad (4)$$

Persamaan 8 disebut persamaan matematika pada proses pendinginan gas  $CO_2$  di *heat exchanger*. Setelah diselesaikan dengan metode volume hingga, Persamaan 8 didiskritisasi menggunakan diskritisasi *QUICK*. Pada pemodelan aliran gas  $CO_2$  merupakan 1 dimensi maka nilai  $T_w$  adalah

$$T_w(i) = -\frac{1}{8}T(i-2) + \frac{3}{4}T(i-1) + \frac{3}{8}T(i) \quad (5)$$

Sedangkan nilai  $T_e$  menjadi:

$$T_e(i) = -\frac{1}{8}T(i-1) + \frac{3}{4}T(i) + \frac{3}{8}T(i+1) \quad (6)$$

Untuk menyatakan Persamaan 19 ke dalam matriks A pada elemen-elemen baris ke-i maka terlebih dahulu dimisalkan elemen-elemen dalam persamaan tersebut. Hal ini dilakukan agar persamaan lebih dapat disederhanakan menjadi:

$$A.T(i-2) + B.T(i-1) + C.T(i) + D.T(i+1) = E \quad (7)$$

Dari Persamaan 7 dapat dibuat matriks berukuran  $n \times n$  dengan persamaan bentuk :

$$\begin{bmatrix} C & D & 0 & 0 & 0 & . & . & . & 0 \\ B & C & D & 0 & 0 & . & . & . & 0 \\ A & B & C & D & 0 & . & . & . & 0 \\ 0 & A & B & C & D & . & . & . & 0 \\ 0 & 0 & A & B & C & . & . & . & 0 \\ . & . & . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . & . & . & . \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C \end{bmatrix}_{n \times n} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ . \\ . \\ . \\ \dot{T}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ E_4 \\ E_5 \\ . \\ . \\ . \\ E_n \end{bmatrix}$$

dengan :

$$A = \left( \rho^2 u - \rho u \right) \left( -\frac{1}{8} \right)$$

$$B = \left( -\rho^2 u + \rho u \right) \left( -\frac{1}{8} \right) + \left( \rho^2 u - \rho u \right) \left( \frac{3}{4} \right)$$

$$C = \left( -\rho^2 u + \rho u \right) \left( \frac{3}{4} \right) + \left( \rho^2 u - \rho u \right) \left( \frac{3}{8} \right)$$

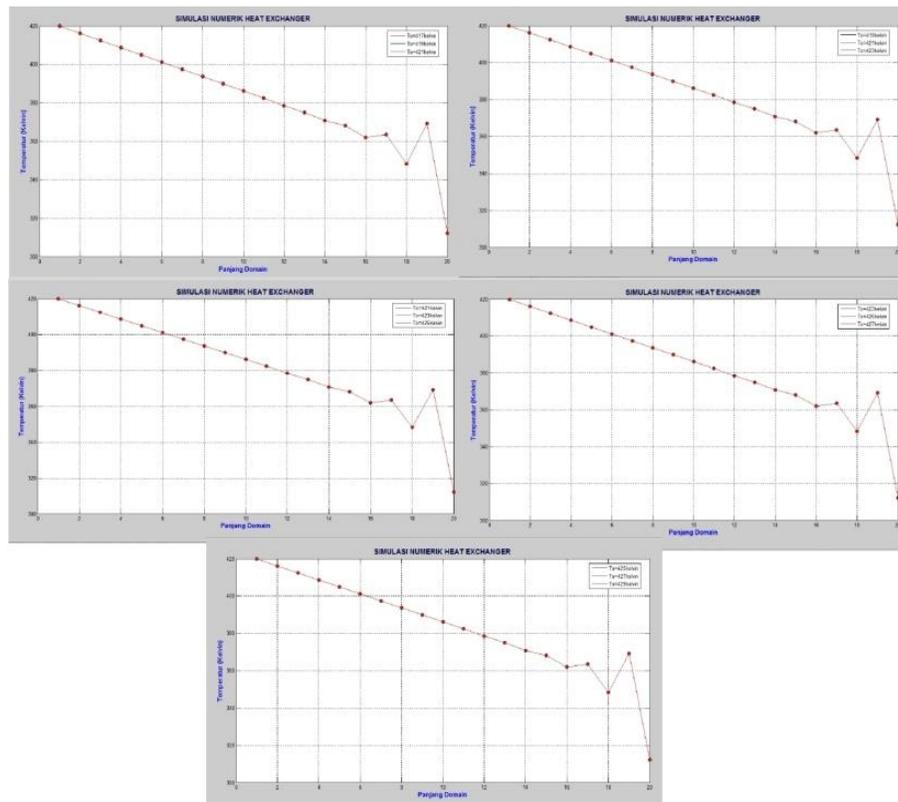
$$D = \left( -\rho^2 u + \rho u \right) \left( \frac{3}{8} \right)$$

$$E = -p + \rho(g + Q) + 2\mu \frac{u}{\Delta x} \left( 1 - \rho T_0 \right)$$

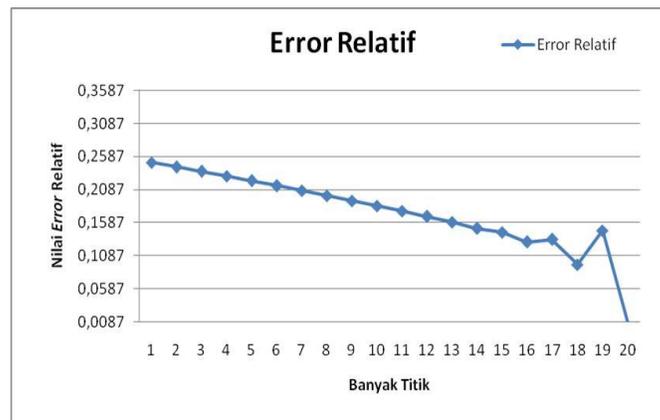
**Efektivitas Metode Volume Hingga dengan Menggunakan Error Relatif Dalam Proses Pendinginan gas CO<sub>2</sub>**

Secara keseluruhan hasil komputasi yang meliputi simulasi Matlab dan Fluent pada kasus pendinginan gas CO<sub>2</sub>, semakin ke kanan temperatur semakin menurun. Hal ini bisa terjadi dikarenakan karena gas CO<sub>2</sub> yang panas masuk ke *intercooler* dan keluar dengan temperatur yang menurun. Pada hasil simulasi pendingina gas CO<sub>2</sub> dengan suhu sebesar 423 K, dengan temperatur simulasi beruntun 417 K hingga 429 K, bisa dilihat pada tabel dan grafik yang menyimulasikan 20 titik partisi pada aliran gas CO<sub>2</sub>, pada simulasi 20 titik partisi aliran gas CO<sub>2</sub> bahwa semakin ke kanan temperatur titik pada aliran fluida akan semakin dingin, dan ini sesuai dengan penyebaran panas pada pendinginan gas

$CO_2$  sebenarnya. Gambar 3 adalah grafik dari lima simulasi.



Gambar 3. Grafik hasil simulasi pendinginan gas  $CO_2$

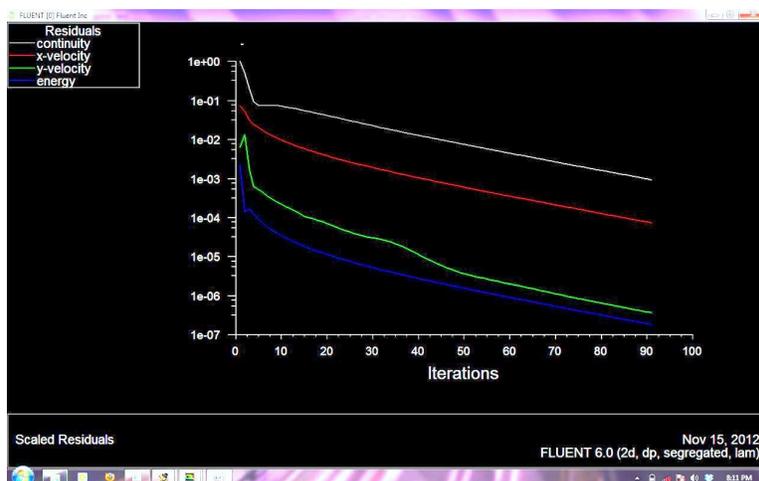


Gambar 4. Grafik *error relatif* simulasi perpindahan panas pada proses pendinginan gas  $CO_2$

Berdasarkan grafik pada Gambar 4 pada titik terakhir nilai *error* relatif adalah 0,0087. *Error* relatif kurang dari 0,01 sehingga pemodelan tersebut memiliki *error* yang baik. Gambar 4 adalah grafik hasil penghitungan *error* relatif pada proses pendinginan

$CO_2$  gas.

Gambar 5 adalah grafik konvergensi pada proses pendinginan  $CO_2$  gas dengan menggunakan simulasi *Fluent*. Grafik diset dengan iterasi 100. Namun, pada iterasi yang ke-91 proses iterasi berhenti secara otomatis. Dari grafik didapatkan hasil bahwa solusi pendinginan  $CO_2$  gas memiliki solusi yang konvergen.



Gambar 5. Grafik konvergensi simulasi fluida gas  $CO_2$  yang didinginkan

## KESIMPULAN DAN SARAN

Dari hasil penelitian yang dilakukan, maka dapat diambil kesimpulan bahwa persamaan matematika proses perpindahan panas pada pendinginan gas  $CO_2$  didiskritisasi sampai mendapatkan matriks  $n \times n$  kemudian dicari keefektifannya menggunakan penyelesaian langsung yaitu *error* relatif. Penyelesaian langsung menggunakan *error* relatif kurang tepat digunakan untuk matriks berukuran besar sehingga peneliti yang akan datang bisa mengembangkan dengan menggunakan metode iterasi yang lain.

## DAFTAR PUSTAKA

- Binus University. 2008. <http://www.scribd.com/doc/24763087/2-Analisis-Galat-Error> [8 Januari 2013]
- Parlaungan. 2008. *Pemodelan Matematika Untuk Peningkatan Bermatematika Siswa Sekolah Menengah Atas (SMA)*. <http://repository.usu.ac.id/bitstream/123456789/6060/1/08E00228.pdf> [25 Maret 2011]

Tondok, Deni. 2009. *Analisis Perambatan Retak Pada Permukaan Baja NiCr Akibat Pendinginan Mendadak (Quenching)*. Surabaya: ITS

White, Frank M. 1986. *Mekanika Fluida*. Jakarta: Erlangga

Yin, R.K. 2003. *Case Study Research: Design and Methods (3rd ed.)*. Thousand Oaks, CA: Sage Publications

<http://www.pupukkaltim.com>